

THÈSES

présentées

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

pour obtenir

le grade de Docteur ès-Sciences physiques

par

Émile PILLET

PREMIÈRE THÈSE : Contribution à l'étude des machines tournantes
à courant alternatif.

DEUXIÈME THÈSE : Propositions données par la Faculté.

Soutenues le 28 Février 1953, devant la Commission d'examen

MM. A. FOCH	<i>Président.</i>
J. PÉRÈS,	} <i>Examineurs.</i>
Y. ROCARD.	



12, Place Henri-Bergson, 12
PARIS (VIII^e)
1955

THÈSES

présentées

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

pour obtenir

le grade de Docteur ès-Sciences physiques

par

Émile PILLET

PREMIÈRE THÈSE : Contribution à l'étude des machines tournantes
à courant alternatif.

DEUXIÈME THÈSE : Propositions données par la Faculté.

Soutenues le 28 Février 1953, devant la Commission d'examen

MM. A. FOCH	<i>Président.</i>
J. PÉRÈS,	{ <i>Examineurs.</i>
Y. ROCARD.	



12, Place Henri-Bergson, 12
PARIS (VIII^e)
1955

Faculté des Sciences de l'Université de Paris

Doyen M. A. CHATELET.

Professeurs.

MM. G. JULIA.....	T	Analyse supérieure et Algèbre supérieure.	M ^{lle} COUSIN	T	Biologie animale (P.C.B.).
A. DENJOY	T	Théorie des Fonctions.	MM. CHRÉTIEN	T	Chimie minérale.
L. LUTAUD	T	Géographie physique et Géologie dynamique.	P. DRACH.....	T	Zoologie.
E. DARMOIS	T	Enseignement de Physique.	KASTLER	T	Physique.
Robert LÉVY	T	Physiologie comparée.	CHATELET	T	Arithmétique et théorie des nombres.
M ^{me} RAMART-LUCAS	T	Chimie organique.	EPHRUSSI	T	Génétique.
MM. FOCH.....	T	Mécanique physique et expérimentale.	WURMSER	T	Biologie physico-chimique.
PAUTHENIER	T	Électrotechnique générale.	BAUER	T	Chimie-Physique.
DE BROGLIE.....	T	Théories physiques.	RIVIERE	T	Géologie (P.C.B.).
JOB.....	T	Chimie générale.	GAUTHERET	T	Biologie Végétale (P.C.B.).
PRENANT	T	Anatomie et Histologie comparées.	LUCAS	T	Physique.
COMBES	T	Physiologie végétale.	A. THOMAS	T	Évolution des êtres organisés.
GARNIER	T	Géométrie supérieure.	ARNULF.....	T	Optique appliquée.
PÉRÈS	T	Mécanique des fluides et applications.	Max MORAND	T	Physique.
LAUGIER	T	Physiologie générale.	SOLEILLET	T	Physique.
TOUSSAINT	T	Technique Aéronautique.	FORTIER	T	Mécanique expérimentale des fluides.
M. CURIE	T	Physique (P.C.B.).	DANJON.....	T	Astronomie.
G. RIBAUD.....	T	Hautes températures.	FROMAGEOT	T	Chimie Biologique.
CHAZY	T	Mécanique analytique et Mécanique céleste.	LAPORTE.....	T	Physique générale et Radio-activité.
CROZE	T	Physique théorique et physique céleste.	JANET	T	Mathématiques générales.
DUPONT.....	T	Théories chimiques.	PETIT	T	Biologie maritime.
VALIRON.....	T	Calcul différentiel et calcul intégral.	QUENEY.....	T	Météorologie et dynamique atmosphérique.
BARRABÉ	T	Géologie structurale et géologie appliquée.	GALLIEN	T	Biologie animale (P.C.B.).
G. DARMOIS	T	Calcul des probabilités et Physique mathématique.	EICHHORN	T	Biologie végétale (P.C.B.).
Jacques BOURCART	T	Géographie physique et Géologie dynamique.	DE CUGNAC.....	T	Biologie végétale (P.C.B.).
AUBEL	T	Chimie biologique.	M ^{lle} CAUCHOIS.....	T	Chimie-Physique.
M ^{me} JOLIOT-CURIE.....	T	Physique générale et Radio-activité.	MM. THELLIER.....	T	Physique du Globe.
MM. PLANTEFOL	T	Botanique.	AUDUBERT	T	Électrochimie.
CABANNES.....	T	Recherches physiques.	L'HÉRITIER	T	Génétique.
GRASSÉ	T	Évolution des êtres organisés.	GRIVET	T	Radio-Électricité.
PRÉVOST	T	Chimie organique.	PONCIN.....	T	Mécanique des fluides.
BOULIGAND.....	T	Application de l'analyse à la Géométrie.	THIRY	T	Mécanique appliquée.
CHAUDRON.....	T	Chimie appliquée.	DUBREIL	T	Mathématiques générales.
WYART	T	Minéralogie.	QUELET	T	Chimie (P.C.B.).
TEISSIER.....	T	Zoologie.	CAGNIARD	T	Géophysique appliquée.
MANGENOT	T	Biologie végétale.	CHAMPETIER.....	T	Chimie appliquée.
P. AUGER	T	Physique quantique et relativité.	CUVILLIER.....	T	Géologie structurale et Géologie appliquée.
MONNIER.....	T	Physiologie générale.	JUNG.....	T	Pétrographie.
PIVETEAU.....	T	Géologie.	TRILLAT	T	Physique (P.C.B.).
ROCARD	T	Physique.	WIEMANN.....	T	Chimie (P.C.B.).
H. CARTAN.....	T	Mathématiques (E. N. Supérieure).	JACQUINOT	T	Physique (P.C.B.).
SCHAEFFER	T	Physiologie des fonctions.	VASSY.....	T	Physique de l'atmosphère.
LAFFITTE	T	Chimie générale.	DESTOUCHES.....	T	Théories physiques.
FAVARD	T	Mécanique générale.	M. PRUVOST	T	Géologie.
COULOMB	T	Physique du Globe.	AMIEL	T	Chimie (P.C.B.).
			HOCART	T	Minéralogie.
			MACHEBOEUF	T	Microbiologie.
			J.-P. MATHIEU	T	Physique (P.C.B.).
			COUTEAUX	T	Biologie animale (P.C.B.).
			MAY	T	Biologie animale (P.C.B.).
			CHOQUET	T	Calcul différentiel.
			FELDMANN.....	T	Biologie (P.C.B.).
			GUINIER.....	T	Physique (P.C.B.).
			JOST.....	T	Biologie (P.C.B.).

Secrétaire Ch. MONIER.



A ma Femme

A mes anciens compagnons des Universités
de captivité



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41552418_0023

PREMIÈRE THÈSE

Contribution à l'étude des machines tournantes à courant alternatif

PREMIÈRE PARTIE : Évolution de la théorie des machines tournantes à courant alternatif.

La machine de Pixii (1832) peut être considérée comme l'ancêtre des machines synchrones, mais il faut attendre les premières études sur les courants alternatifs et surtout l'invention des systèmes polyphasés pour que les alternateurs deviennent des machines industrielles; les progrès sont, ensuite, extrêmement rapides, comme pour toute l'électrotechnique, d'ailleurs, dans les dix dernières années du dix-neuvième siècle : les alternateurs à fer tournant de Lauffen-sur-Neckar (1891) sont encore bien loin de nous, mais, huit ans plus tard, A. Blondel expose sa théorie de la double réaction, théorie qui domine encore la plupart des travaux modernes.

Depuis lors, l'ampleur des puissances en jeu et la complexité croissante des installations ont posé, chaque jour, de nouveaux problèmes intimement liés à l'économie et à la sécurité d'exploitation des réseaux. Ces problèmes exigent une connaissance de plus en plus détaillée des machines afin de pouvoir prévoir et contrôler leurs réactions en face d'une anomalie quelconque, tant extérieure qu'intérieure.

Une étude complète constitue, dès maintenant, un sujet trop vaste; c'est pourquoi j'ai systématiquement écarté toutes les questions d'ordre mécanique, ne considérant que le cas des machines à vitesses rigoureusement constante.

I. Régime permanent équilibré. — Rappel d'une question classique. — Le point de départ fondamental est l'existence d'un *flux* magnétique tournant, dû aux courants polyphasés dans l'induit, qui accompagne l'inducteur dans son mouvement; les flux d'induit et d'inducteur se composent ⁽¹⁾ pour donner le flux total : c'est cette combinaison qui introduit les premières difficultés.

a) Si l'on admet, hypothèse assez grossière, que les deux flux se composent géométriquement, quels que soient leurs modules et leur décalage, on obtient la théorie et le diagramme de Behn-Eschenburg. La machine est caractérisée par son *impédance* d'induit Z et son fonctionnement en générateur se traduit par

$$\vec{U} = \vec{E} - Z\vec{I}. \quad (1,1)$$

⁽¹⁾ En toute rigueur, ce sont les champs et les inductions, grandeurs vectorielles, et non les flux, grandeurs scalaires, qui tournent et se composent. Cependant, les analogies hydrodynamiques, pour des raisons de commodité, suggèrent l'emploi d'expression telle que « composition de flux », « flux tournant », expressions courantes en électrotechnique.

Bien entendu, cette formule est relative à une phase et Z , tenant compte des inductances mutuelles des autres phases, est l'*impédance cyclique*.

b) La théorie précédente néglige deux points. D'abord, l'influence de la saturation magnétique : on ne peut pas, en effet, dans le cas des circuits magnétiques saturés additionner des flux, mais, seulement, des forces magnétomotrices tournantes; c'est ce que fait Potier [175] ⁽¹⁾. Un débit équilibré I équivaut à une excitation αI , l'excitation globale devient $\vec{i} + \alpha \vec{I}$; en se reportant à la caractéristique à vide on obtient la force électromotrice globale dont il ne reste plus qu'à retrancher la chute de tension dans la résistance et la *réactance de fuites* de l'induit, c'est-à-dire

$$\vec{U} = \vec{E}_{\vec{i} + \alpha \vec{I}} - (R + js) \vec{I}. \quad (1,2)$$

On peut remarquer que la théorie de Behn-Eschenburg revient à supposer α nul et à reporter toute la réaction d'induit dans la réactance s .

Le deuxième point négligé est lié à la présence de pôles saillants; le flux global (donc la force électromotrice) dépend non seulement du module de l'excitation globale, mais aussi de sa phase par rapport à l'axe des pôles.

Pour résoudre cette question, Blondel [18], [19], décompose la force magnétomotrice d'induit en deux composantes en quadrature. La première, purement longitudinale, se compose algébriquement avec la force magnétomotrice d'inducteur. À la deuxième correspond une *réactance transversale* que l'on peut supposer constante à cause de la prépondérance du trajet aérien du flux correspondant. On suppose aussi que le flux transversal n'influe pas sur la valeur du flux longitudinal, bien qu'une influence de ce genre soit la cause de la réaction transversale dans les machines à courant continu.

Les diagrammes de Potier et de Blondel ne sont pas parfaits. Les fuites magnétiques modifient les états locaux de saturation et la réactance globale ne dépend pas seulement de la grandeur du flux utile. Blondel, lui-même, tient compte des fuites interpolaires en remplaçant la caractéristique globale à vide par des combinaisons de caractéristiques partielles, mais ceci n'est possible qu'au bureau d'études, sur un projet de machine, les caractéristiques partielles n'étant pas accessibles à l'expérience [24] [31].

⁽¹⁾ Ce chiffre entre crochets et ceux qui suivent se rapportent à la bibliographie.

Plusieurs études ont été faites sur les relations entre les diagrammes de Potier et de Blondel. Il est indispensable de remarquer que l'on ne peut pas passer de l'un à l'autre, non seulement à cause des approximations particulières à Blondel, mais aussi parce qu'ils s'adressent à deux types bien différenciés de machines et qu'il *n'existe pas de type intermédiaire* [14] [15].

Si l'on néglige l'effet de la saturation, il est classique de montrer que les constantes α et s sont réductibles en une seule et que le diagramme de Potier redonne celui de Behn-Eschenburg. Il n'en est pas de même pour celui de Blondel qui garde son individualité, même en l'absence de saturation.

Si maintenant, conservant la saturation, nous supprimons les pôles saillants, la réactance transversale de Blondel reste indépendante de la saturation, ce qui est manifestement faux. C'est peut-être cette constatation, mal interprétée, qui a fait dire [131] que la théorie de Potier comportait un paramètre de plus que celle de Blondel (?).

Il faut, à la fois, supprimer la saturation et les pôles saillants pour que les deux diagrammes se confondent..

II. Régime permanent déséquilibré ou monophasé.

— Le fonctionnement des machines monophasées est beaucoup plus délicat puisque, même dans le cadre simpliste des hypothèses de Behn-Eschenburg, il n'est résolu que par des développements assez laborieux en série de Fourier. Il en est de même du fonctionnement déséquilibré des machines polyphasées.

Le flux tournant d'induit n'est plus circulaire mais elliptique ; on peut le décomposer en deux flux circulaires tournant en sens inverse. Le flux *direct* se comporte comme dans une machine équilibrée ; le flux *inverse* induit dans les circuits rotoriques des fluctuations de pulsation 2ω , qui a leur tour, entraînent des fluctuations de pulsation 3ω dans la tension d'induit et ainsi de suite. C'est ainsi que, en 1893, étudiant la charge purement inductive d'un alternateur monophasé non amorti, Boucherot a montré [32] qu'il apparaît deux séries d'harmoniques : d'ordre pair dans le circuit d'excitation et d'ordre impair dans l'induit.

Si on veut tenir compte des résistances des circuits, on ne peut même pas obtenir une formule de récurrence qui permettrait de calculer, de proche en proche, les constantes des développements, constantes que Boucherot met sous forme de série, mais on peut donner une construction géométrique simple [167].

Quelques années plus tard Ch. Westphal [227], dans le cas d'une charge purement active, limite arbitrairement ses développements de Fourier aux termes d'ordre 5 ; par identification, il obtient un système de onze équations linéaires (heureusement incomplètes !) relatives aux onze constantes inconnues ; il ne résout ce système que dans un cas numérique donné.

La distorsion en charge des courbes de tension et de courant est importante et peut, parfois, donner lieu à des phénomènes dangereux de résonance. C'est pour la supprimer que Maurice Leblanc invente les *étouffeurs d'harmoniques* [132]. Malheureusement, un raisonnement un peu trop rapide, l'amène à conclure que leur résistance doit être élevée (ce qui les distinguerait des amortisseurs) et l'empêche de voir la nécessité de leur disposition transversale.

C'est Boucherot qui établit le premier [35] que l'on peut éliminer complètement tous les inconvénients du déséquilibre (distorsion et surtension sur la phase libre) en utilisant un amortisseur identique à l'inducteur et en quadrature avec lui, ce qui donne un rotor polyphasé équilibré.

En 1914, L. Stokvis, qui vient d'esquisser la méthode des

coordonnées symétriques, étudie la production d'harmonique 3 dans la tension d'un alternateur triphasé déséquilibré. Supposant que le courant débité demeure sinusoïdal, il constate [209] que l'amplitude de l'harmonique 3 est proportionnelle à la composante inverse des courants et aboutit à un diagramme circulaire [210]. Il faut attendre 1923 pour voir appliquer les composantes symétriques à un alternateur déséquilibré [6] [87]. La machine est caractérisée par trois impédances : directe, inverse, homopolaire.

En 1931, Blondel [28] présente une méthode d'étude qui n'utilise pas les composantes symétriques et fait intervenir des impédances et admittances mutuelles entre circuit.

Les autres travaux sur les régimes déséquilibrés étant en marge de l'étude des régimes transitoires, nous les rencontrerons plus loin.

III. Régimes transitoires. — D'après Punga [178], [191], c'est dans les laboratoires de la General Electric Company, en 1902, qu'a été faite la première constatation de régime transitoire d'un alternateur. Au cours d'essais d'interrupteurs, on s'est aperçu que le courant de court-circuit brusque débutait par une intensité nettement supérieure à la valeur prévue.

C'est encore Punga qui, en 1906 [177] donne une première explication après que le nouveau phénomène ait été systématiquement expérimenté [79], [92], [202], [205].

Cette première explication sera suivie par beaucoup d'autres mais, si on les observe en détail, après avoir uniformisé les notations, on constate qu'elles peuvent se regrouper en quelques grandes familles en fonction des hypothèses simplificatrices et des moyens mathématiques mis en jeu.

Qualitativement, l'explication physique qui s'est progressivement dégagée est la suivante : Pour une valeur donnée du courant d'excitation, le flux à travers l'inducteur varie avec la charge mais les forces électromotrices induites correspondantes interdisent une variation brusque. Dans le court-circuit, par exemple, le flux à travers l'inducteur doit tomber à σ fois sa valeur à vide, mais, pendant la durée, finie, de cette décroissance, le courant d'excitation est renforcé par la présence d'une force électromotrice induite, conformément à la loi de Lenz ; il en est de même, en conséquence, du courant débité. L'énergie supplémentaire dissipée provient, en partie, d'une majoration du couple résistant, mais aussi de la diminution de l'énergie magnétique accumulée dans l'inducteur.

La mise en équations du principe précédent est beaucoup moins simple car elle conduit à des équations différentielles à coefficients périodiques, en général inintégrables.

Les différents auteurs se sont donc efforcés, ou bien de simplifier les données pour obtenir des intégrales premières évidentes — mais il faut, alors, négliger toutes les résistances — ou bien de supprimer les coefficients périodiques par des combinaisons linéaires, mais ceci n'est possible qu'en fonctionnement équilibré ; ou, enfin, de transformer les équations différentielles par la méthode d'Heaviside ou, mieux, par la transformation de Fourier-Laplace. Le plus souvent, nous nous trouverons en présence d'un mélange plus ou moins heureux de ces divers procédés.

À part cela, les différences ne sont que des questions de langage. Quand, par exemple, on néglige la résistance dans un circuit, il est absolument équivalent de dire que la force électromotrice globale y est nulle ou que le flux total s'y maintient constant.

Si l'hypothèse $R = 0$ permet d'obtenir assez correctement la grandeur de la surintensité de courant, elle est par contre incapable d'expliciter les constantes de temps du régime transitoire. Il faut que chaque auteur imagine un artifice pour réin-

introduire les résistances négligées et obtenir approximativement les exponentielles nécessaires.

Après les premières tentatives de Punga [177] Steinmetz [208] et Miles Walker [223], la théorie basée sur la résistance nulle trouve une forme presque achevée dans la communication de P. Boucherot au Congrès de Turin, en 1911 [33].

Dans cette importante étude, Boucherot met nettement en évidence le rôle des amortisseurs ; il distingue les circuits monophasés et les circuits polyphasés équilibrés, et montre que les résultats ne sont simples que si l'un au moins des deux circuits, stator ou rotor, est polyphasé équilibré. C'est pour quoi son amortisseur est identique à l'inducteur.

Dans une première partie, supposant deux circuits polyphasés en présence, il admet que la constante de temps du régime transitoire d'un circuit est égale au quotient $\frac{N}{R}$ des éléments de ce circuit, N étant l'inductance totale de fuites [34] et R la résistance.

En écrivant de deux façons différentes la valeur de la quantité d'électricité induite dans l'inducteur par la variation du flux global, il en déduit la valeur de la surexcitation initiale.

En effet, soit i l'intensité du courant permanent d'excitation L_1, N_1, R_1 les éléments du circuit inducteur, L_2, N_2, R_2 ceux de l'induit. Le flux à travers l'inducteur qui est $L_1 i$ à vide, n'est plus que $N_1 i$ en court-circuit permanent ; il y a une variation globale de flux $(L_1 - N_1)i$ qui induit une quantité d'électricité $i \times \frac{L_1 - N_1}{R_1}$.

Soit $I_1 e^{-\alpha_1 t}$ l'excitation transitoire, la quantité d'électricité correspondante est $Q = \int_0^\infty I_1 e^{-\alpha_1 t} dt = \frac{I_1}{\alpha_1}$.

d'où $\frac{I_1}{\alpha_1} = \frac{I_1 N_1}{R_1} = i \frac{L_1 - N_1}{R_1}$,

d'où $I_1 = i \frac{L_1 - N_1}{N_1}$ et enfin $I_1 + i = i \times \frac{L_1}{N_1}$.

Mais, par un phénomène analogue, une autre surintensité de courant apériodique apparaît dans l'induit avec la constante de temps $\frac{N_2}{R_2}$ ce qui entraîne un courant sinusoïdal amorti dans l'ensemble formé par l'inducteur et l'amortisseur.

Revenant sur les constantes de temps quand l'un des circuits est monophasé, Boucherot montre que la constante de temps reste de la forme $\frac{N}{R}$ dans le circuit monophasé, mais

qu'elle est de la forme $\frac{N}{R} \times \frac{2L}{L + N}$ dans l'autre.

Enfin, si les deux circuits sont monophasés les constantes de temps sont de la forme $\frac{\sqrt{LN}}{R}$; Boucherot arrive à ce résultat par une voie assez compliquée ; il considère la fraction

$$\frac{1}{L_1 - \frac{M^2 \cos^2 \omega t}{L_2}}$$

qui doit remplacer la fraction

$$\frac{1}{L_1 - \frac{M^2}{L_2}} = \frac{1}{N_1}$$

des calculs précédents ; il la développe suivant les puissances entières de $\cos 2 \omega t$, regroupe les termes constants et, par identification avec une série connue, obtient $\frac{1}{\sqrt{L_1 N_1}}$. Il est plus

rapide de prendre simplement la moyenne au cours d'une demi-période

$$\frac{\omega}{\pi} \int_0^\pi \frac{dt}{L_1 - \frac{M^2 \cos^2 \omega t}{L_2}} = \frac{1}{\sqrt{L_1 N_1}}.$$

On retrouvera des idées et des calculs analogues chez Biermanns [17], Berg [63], Karapetoff [111] et Franklin [95], les deux derniers négligeant même la recherche des constantes de temps.

L'étude de Boucherot s'applique manifestement aux machines à induction mais cette idée n'est franchement exprimée que par Doherty et Williamson [72].

C'est aussi en 1911 que L. Dreyfus inaugure une méthode de calcul beaucoup plus rigoureuse.

Dans un article sur *l'énergie magnétique libre dans un système polyphasé* [75], L. Dreyfus considère une machine diphasée, avec amortisseur transversal et pôles saillants (mais la suite des calculs infirme ce point), il étudie les valeurs instantanées des tensions et des courants dans les quatre circuits et les inductions magnétiques instantanées suivant les axes de ces circuits. Entre ces douze variables et la position angulaire du rotor (fonction linéaire du temps), il écrit quatre équations algébriques linéaires (entre les i et les B) et quatre équations différentielles linéaires (entre les U , les i et les B). Pour éliminer les coefficients périodiques de ces huit équations, il effectue un certain nombre de combinaisons linéaires à coefficients périodiques ; le processus est tortueux. Considérant les tensions connues (imposées ou nulles) il conserve comme variables les courants rotoriques et les inductions magnétiques suivant les axes rotoriques et aboutit ainsi à quatre équations simultanées différentielles linéaires à coefficients constants du premier ordre ou encore, à une seule équation du quatrième ordre. En général, l'équation caractéristique correspondante du quatrième degré n'est pas soluble littéralement.

Dans un second article [76] L. Dreyfus reprend son équation fondamentale du quatrième degré et constate que, si le rotor est polyphasé équilibré, c'est-à-dire si l'amortisseur est identique à l'inducteur (c'est l'hypothèse même de Boucherot) l'équation se décompose en deux équations du deuxième degré, à coefficients complexes et l'on peut mettre en place les affixes des quatre racines ; elles sont conjuguées deux à deux et donnent les constantes de temps et les pseudo périodes des deux régimes transitoires.

Enfin, l'auteur examine quelques cas particuliers pour pouvoir discuter de l'emplacement des racines. Malheureusement, ses hypothèses sont nettement en dehors de la normale ce qui fait que les formules approchées qu'il en déduit n'ont aucune valeur pratique.

Bien que ne tenant pas, réellement, compte de la présence des pôles saillants, les calculs de Dreyfus qui ramènent tout aux deux axes du rotor, s'apparentent à la théorie des deux réactions de Blondel qu'ils généralisent pour la résolution des problèmes de régimes transitoires ; c'est sous cette étiquette que, simplifiée, appliquée aux deux variables u et i plus immédiatement utilisables, et mêlée au calcul symbolique d'Heaviside, la méthode de Dreyfus fera, près de vingt ans plus tard, la base de presque tous les travaux américains.

En 1923, Lyon [138] étudie les machines à induction et les alternateurs non amortis. Il emploie, d'abord, une méthode vectorielle ; l'idée de base, très originale, serait due, elle aussi, à L. Dreyfus et avait déjà été appliquée par Kenelly

à des réseaux stationnaires : une grandeur pseudo périodique amortie telle que $i = Ie^{-\alpha t} \sin(\omega t + \theta)$ est représentée par un vecteur $\vec{I}$ (fig. 1) ; sa dérivée $\frac{di}{dt}$ s'écrit

$$\frac{di}{dt} = Ie^{-\alpha t} [\omega \cos(\omega t + \theta) - \alpha \sin(\omega t + \theta)]$$

et peut alors être représentée par

$$(j\omega - \alpha) \vec{I};$$

par analogie avec la représentation classique des grandeurs sinusoïdales, la quantité $\omega + j\alpha$ joue le rôle d'une pulsation généralisée, les mises en équation feront apparaître des impédances généralisées telles que $r + (j\omega - \alpha) L$.

On remplace, dans l'équation d'une machine, les impédances ordinaires par les impédances généralisées. On écrit que l'impédance globale relative aux régimes transitoires est nulle, ce qui donne une équation permettant de calculer la pulsation généralisée.

Sur une machine à induction, Lyon obtient ainsi l'une des deux équations du second degré de Dreyfus. Sur un alternateur non amorti, le problème est plus délicat car il faut interpréter la décomposition d'un flux alternatif en deux flux tournant en sens inverses ; il aboutit alors à une équation du troisième degré que l'on pourrait tirer de l'équation générale de Dreyfus par suppression des éléments amortisseurs.

Pour contrôler ces premiers résultats, Lyon utilise ensuite une méthode algébrique avec des combinaisons linéaires à coefficients périodiques analogues à celles de Dreyfus, mais

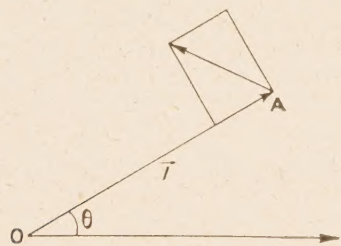


Fig. 1. — Représentation du vecteur $\vec{I}$.

il vient s'y mélanger un curieux « opérateur de différentiation » proche parent de l'opérateur « p » d'Heaviside. L'ensemble est encore plus lourd et plus pénible à suivre que dans l'étude de Dreyfus ; on obtient quand même des équations algébriques qui s'identifient avec les précédentes.

Ce sont ces équations que J. Fallou [84], [85], reprend et résout par un artifice trigonométrique. Pour les machines à rotor polyphasé (Machines à induction), il montre que les formules de Boucherot constituent de bonnes premières approximations mais qu'on peut les améliorer ; en particulier, les régimes transitoires ne sont pas rigoureusement synchrones d'un côté, ni, par suite, rigoureusement apériodiques de l'autre. Pour les machines dont le rotor n'est pas équilibré, tel qu'un alternateur moyennement amorti, c'est-à-dire où les constantes de temps d'inducteur et d'amortisseur sont différentes, il faut deux exponentielles au lieu d'une. C'est la première étude systématique du régime subtransitoire quoiqu'il soit déjà apparu dans des travaux expérimentaux [63], [205] mais il n'avait alors reçu ni nom, ni explication. Le régime subtransitoire est dû à l'amortissement des effets d'induction dans l'amortisseur longitudinal dont la constante de temps est plus faible que celle de l'inducteur.

C'est encore par des combinaisons linéaires que Bekku [7] aborde le problème, mais il commence par donner systéma-

tiquement à ses équations la forme *symbolique*. Si on peut critiquer l'emploi *non justifié* du symbolisme d'Heaviside pour de telles équations et si l'alternateur de Bekku, avec son rotor triphasé (?) ressemble surtout à une machine à induction, il faut reconnaître que les calculs ont une netteté que n'avaient pas ceux de Dreyfus ou de Lyon. Enfin, et c'est une autre grande innovation, les combinaisons linéaires de Bekku sont celles des *coordonnées symétriques*. En définitive, on retombe sur l'équation du second degré déjà étudiée par Dreyfus, Lyon et Fallou.

Malgré la présence des composantes symétriques caractéristiques du déséquilibre, les calculs de Bekku ne sont valables qu'en régime équilibré. Il en est de même pour le travail de Yu H. Ku [124] ; ses calculs ont le caractère « acrobatique » de ceux de Lyon et il n'en tire aucune conséquence pratique ; nous verrons plus loin qu'ils ne sont qu'approximativement valables et nous reviendrons sur ce cas pour montrer que la transformation de Laplace permet, non seulement, de justifier le calcul symbolique partout où celui-ci s'est montré fructueux mais, aussi, d'aller beaucoup plus loin en précisant le caractère des écritures et, surtout, en leur gardant un sens mathématique rigoureux.

Nous arrivons maintenant aux travaux de Park et de son école [67], [68], [69], [70], [158], [159], [160], [161].

L'induit est triphasé équilibré (mais on peut généraliser facilement à un nombre de phases quelconque) ; on néglige tous les phénomènes de saturation.

Les combinaisons linéaires consistent essentiellement en une généralisation de la théorie de la double réaction : On fait la somme, étendue à toutes les phases du stator, du produit de la valeur *instantanée* du courant dans une phase (par exemple) par le cosinus de l'angle que fait l'axe de cette phase avec l'axe du pôle nord du rotor. On obtient ainsi la composante directe du courant (I_d) ; en remplaçant l'axe des pôles par l'axe *transversal*, on obtient, de même, la composante transversale du courant (I_q).

Le qualificatif « direct » est assez malencontreux et peut engendrer des confusions regrettables avec celle des composantes symétriques que les Américains appellent le plus souvent « de séquence positive ». C'est pourquoi je le remplacerai par *longitudinal* avec l'indice l correspondant. G. Darrieus [55] a donné un sens physique aux quantités I_l et I_q ; ce sont les courants qui, circulant dans un bobinage diphasé convenable, fixe par rapport au rotor, donneraient le même champ magnétique dans l'entrefer que les courants réels circulant dans le stator.

On obtient, par cet artifice, une machine équivalente dont, manifestement, les inductances mutuelles ne sont plus fonction du temps. Tout serait pour le mieux s'il était possible de définir de la même façon deux tensions, malheureusement cela n'est vrai que pour les régimes équilibrés, ce qui restreint fortement l'intérêt du procédé.

A. Réactances transitoires et subtransitoires. — L'amplitude du courant de court-circuit permanent est le quotient de la force électromotrice à vide, pour la même excitation, par une impédance qui peut, en première approximation, s'identifier avec celle de Behn-Eschenburg.

De même, les premières explications quantitatives permettent d'écrire que l'amplitude initiale du régime transitoire s'obtient en remplaçant la réactance de Behn-Eschenburg par la réactance de fuites totales de l'induit par rapport à l'inducteur.

On pourrait aussi définir une réactance permettant de calculer la valeur initiale du régime subtransitoire. C'est ce qu'ont fait les ingénieurs américains qui, supposant que

l'amortissement rotorique n'introduit que deux constantes de temps différentes, considèrent systématiquement les réactances : subtransitoire x'' , transitoire x' et synchrone x .

Pour tenir compte des différences fondamentales entre les deux axes rotoriques, on est amené à dédoubler les réactances précédentes, en valeurs *longitudinales* et en valeurs *transversales*, bien que les courts-circuits ne fassent intervenir que les propriétés longitudinales. La notation « opérationnelle » va permettre de tourner cette difficulté.

Un autre caractère des travaux de Park est l'emploi généralisé de variables réduites. Les écritures sont simplifiées mais, parfois, au détriment de la clarté, surtout quand la réduction est faite sans précaution. On peut voir, par exemple, une inductance mutuelle prendre deux valeurs réduites différentes suivant qu'elle apparaît dans un circuit ou dans l'autre. Une étude de Rankin [179], [180], [181] est consacrée à ce point particulier. La réduction du temps est toujours telle que la pulsation réduite normale soit égale à l'unité ; en fonctionnement synchrone, le même symbole x désigne une inductance ou une réactance.

Enfin, toutes les dérivées sont mises sous la forme symbolique d'Heaviside, sans aucune précaution, mais, heureusement, les écritures restent en général justifiables.

Waring et Crary [225] vont beaucoup plus loin dans l'utilisation du calcul opérationnel. Calculant le flux ψ_1 , suivant l'axe longitudinal, ils trouvent une expression symbolique de la forme

$$\psi_1 = G(p)E_{11} - x_1(p)i_1,$$

où $G(p)E_{11}$ représente le flux dû à l'inducteur et où $x_1(p)$ est l'inductance *longitudinale opérationnelle*. Se référant aux travaux classiques [10], [26], [27], [29], [30], [36], [39], [40], [43], [44], [61], [110], [163], [173], [190] sur le calcul symbolique ⁽¹⁾, les auteurs utilisent le raisonnement suivant :

La variation de l'inductance opérationnelle en fonction de p correspond à la variation dans le temps de l'inductance vraie. L'inductance subtransitoire est la valeur de cette dernière pour $t = 0$, on l'obtient donc en faisant $p = \infty$ dans $x_1(p)$.

De même, l'inductance transitoire correspond à un rotor qui ne porterait que le *circuit inducteur*, sans aucun amortisseur. On l'obtiendra en supprimant dans $x_1(p)$ toutes les grandeurs rotoriques autres que l'inducteur et en faisant $p = \infty$ dans ce qui reste.

Enfin, l'inductance synchrone est relative au régime permanent et existe seule pour $t = \infty$; on l'obtient donc en faisant $p = 0$ dans $x_1(p)$.

On peut écrire une équation analogue le long de l'axe transverse et définir ainsi une grandeur opérationnelle $x_q(p)$ dont on tirera par le même procédé : les inductances transverses x_q'' , x_q' et x_q .

B. Constantes de temps. — La seule solution correcte consiste à établir les lois opérationnelles de i_1 et i_q , ce sont des fractions de la forme $\frac{N(p)}{D(p)}$ et les constantes de temps sont les inverses des parties réelles des zéros des dénominateurs $D(p)$.

En général, le degré de $D(p)$ interdit toute formule littérale exacte ; on peut, moyennant certaines hypothèses, donner des formules approchées ; mais, dans chaque cas particulier, il est toujours possible de calculer, avec la précision désirée, les valeurs numériques des racines.

⁽¹⁾ On trouvera, à la fin du mémoire désigné par [61], une abondante bibliographie sur le calcul opérationnel ou symbolique.

Si l'on part de machines incomplètes ou particulières, on retrouve les équations de Dreyfus ou de Lyon.

Ces procédés nous donnent les constantes de temps des régimes subtransitoires et transitoires ; il n'y a pas de constantes de temps correspondant au régime synchrone puisque c'est un régime permanent. Par contre, il faut considérer de nouvelles constantes de temps à *circuit induit ouvert* qui interviennent dans les variations de tension à *vide*, par exemple, le rétablissement de la tension après rupture d'un court-circuit. Ce problème avait déjà donné lieu à des travaux importants [86], [90], [162], [195]. Il faut remarquer qu'il est, théoriquement, beaucoup plus simple que les précédents *puisqu'il n'y a pas de réaction d'induit* et, qu'ainsi, les équations différentielles ne comportent plus de coefficients périodiques gênants.

Un nouvel aspect mathématique de l'étude des machines apparaît en 1930 avec les travaux de W.-H. Ingram [107], [108], [109]. Reprenant une ancienne idée de Maxwell [41], [172], [197], il utilise les équations de Lagrange pour obtenir les équations différentielles caractéristiques d'un système électromécanique. Il prend comme coordonnées généralisées les quantités d'électricité dans chacun des circuits élémentaires et la position du rotor, les vitesses généralisées étant ainsi les courants et la vitesse angulaire.

En fait, le bénéfice de cette méthode est nul pour les équations d'ordre électrique, on retrouve les écritures classiques de la loi d'Ohm généralisée. Par contre, l'équation mécanique dont l'intégration donnerait la loi du mouvement du rotor est obtenue d'une façon très élégante.

Ingram applique d'abord [107] sa méthode au moteur synchrone monophasé et montre qu'on ne peut achever les calculs, qu'au prix de certaines hypothèses simplificatrices sur l'indépendance des inductances propres par rapport à la position du rotor. Ensuite [108], il étudie une machine polyphasée à pôles saillants, il admet que les inductances propres des phases statoriques, ainsi que leurs inductances mutuelles, contiennent des termes de pulsation 2ω ; et que les inductances mutuelles entre stator et rotor sont sinusoidales et de pulsation ω ; il suppose aussi une vitesse de rotation constante. La suite des calculs s'apparente à celle de Yu-H. Ku, l'utilisation des écritures symboliques n'y est pas davantage justifiée.

Enfin [109], Ingram examine le cas d'une vitesse non uniforme sur un moteur synchrone polyphasé, le déterminant de ses équations purement électriques redonne les équations de Park ou de Waring et Crary.

Avec les travaux de G. Kron, nous abordons la dernière étape mathématique. Après une première communication en 1930 [117], il reprend en 1935, dans "General electric Review", une longue série d'articles qui furent ensuite regroupés et publiés à part [118].

La caractéristique essentielle de cet important travail est l'utilisation systématique des notations tensorielles. Les différents courants dans les n mailles d'un réseau, sont les composantes d'un « vecteur » dans un espace de configuration à n dimensions ; c'est un *tenseur contrevariant d'ordre 1* ; de même, les n forces électromotrices globales qui agissent dans les n mailles précédentes forment un *tenseur covariant d'ordre 1*. Les n^2 impédances qui apparaissent dans les équations de Kirchhoff correspondantes sont les composantes d'un *tenseur du deuxième ordre*, que Kron, d'ailleurs, appelle *spineur*, ses éléments étant, en général, des nombres complexes.

Les n équations de Kirchhoff en écriture tensorielle se résument à

$$e_k = Z_{kl} i^l. \quad (3,1)$$

Cette notation n'est pas une simple économie d'écriture ; elle simplifie aussi les calculs. Pour passer, par exemple, des équations relatives à un certain maillage à celles relatives à un autre maillage du même réseau, nous obtiendrons les i_a du second maillage à partir des i^1 du premier au moyen d'une *matrice de transformation* C_{ia} telle que

$$i^a = C_{ia} i^1. \quad (3,2)$$

La matrice carrée C_{ia} s'obtient en considérant les lois des sommets du réseau.

La conservation des puissances permet ensuite d'écrire que les forces électromotrices se transforment suivant la loi

$$e_r = C_{ra}^k e_k. \quad (3,3)$$

La matrice carrée C_{ra}^k , étant conjuguée de la matrice C_{ia} .

Enfin, la transformation du tenseur Z_{kl} en Z_{ra} s'effectue suivant la relation

$$Z_{ra} = Z_{kl} \times C_{ra}^k \times C_{ia}^l. \quad (3,4)$$

Ces produits étant effectués par les règles de calcul matriciel [62], [170].

Éventuellement, tout ceci pourrait s'obtenir par des procédés classiques puisque ce n'est qu'une notation condensée des transformations linéaires, mais on peut aller plus loin. En remplaçant l'écriture complexe classique des impédances $R + j\omega L$ par l'écriture symbolique $R + pL$, on intégrera facilement les systèmes d'équations simultanées différentielles des régimes transitoires ; mais l'extension la plus intéressante est relative aux états de fonctionnement à vitesse variable (oscillations pendulaires de couplage, synchronisation automatique, etc.), il faut alors considérer un espace représentatif non euclidien, faire intervenir des métriques riemanniennes et les symboles de Christoffel correspondants.

Pour faciliter ses mises en équations, G. Kron considère une *machine généralisée*, où les différents circuits sont fixes par rapport aux axes des pôles (par exemple, en remplaçant les bagues rotoriques par des collecteurs) ; pratiquement, cela revient à donner un sens physique encore plus précis que celui de G. Darrieus aux variables auxiliaires de Dreyfus ou de Park. Dans une série de tableaux et de schémas, il donne les matrices de transformation qui permettent de passer des variables normales aux variables généralisées pour la plupart des machines usuelles [118], [119].

Par la suite, dans le dessein d'étudier en détail les fuites de flux, Kron met au point [120], [121], [122] une transposition magnétisme-électricité qui permet de transformer une carcasse magnétique avec encoches, entrefer, fuites, etc., en un réseau électrique stationnaire ; pour pouvoir tenir compte des différences entre les axes longitudinaux et transversaux, il faut considérer un réseau équivalent se développant dans les trois dimensions.

On pourra trouver des interprétations plus détaillées des méthodes de Kron dans quelques articles [125 bis], [217], [218] et surtout dans l'ouvrage de F. Dacos [52].

Du point de vue de l'utilisation du calcul matriciel, dès 1937 [125], Yu-II. Ku a montré qu'une transformation matricielle permet de passer des variables « l » et « t » aux composantes symétriques, et réciproquement, et a généralisé à un nombre quelconque de phases au stator et de circuits rotoriques. Enfin, il faut signaler les travaux récents de G. Nasse [155] et de F. Raymond [182], [183]. Entre autres choses, ce dernier recherche la transformation matricielle qui donne aux tenseurs d'impédance une forme simple et, plus particulièrement, quand cela est possible, la forme diagonale.

Cette dernière forme est très intéressante ; c'est elle qui donne toute leur valeur aux composantes symétriques dans

un réseau passif. Malheureusement, les matrices des machines synchrones ne peuvent pas prendre, en général, la forme diagonale.

IV. Autoamorçage sur capacité. — L'étude de ce phénomène parasite est importante à double titre. Du point de vue pratique, elle permet de concevoir des générateurs autoexcitateurs particulièrement simples, mais il faut reconnaître que l'idée, souvent reprise, n'a pas encore été utilement développée ; par contre, à l'opposé, elle permet de se prémunir contre les effets, parfois désastreux, d'un autoamorçage accidentel. Du point de vue théorique, elle touche de très près aux grands problèmes de stabilité et c'est ainsi qu'elle s'apparente aux phénomènes transitoires : un état d'autoamorçage peut toujours être considéré comme un état transitoire dont l'amortissement est nul ou négatif. L'état de tension nulle est alors instable, mais, grâce à la saturation une stabilité locale peut parfois se produire, exactement comme pour l'autoexcitation des machines à courant continu.

Il faut distinguer deux grandes catégories de phénomènes : l'*amorçage synchrone* des machines à pôles saillants, avec ou sans circuits amortisseurs et l'*amorçage asynchrone* des turboalternateurs à amortissement transversal et des machines à induction.

A. Autoamorçage synchrone. — En 1898, P. Boucherot [33] réalise deux types d'alternateurs autoexcités par capacité. Le premier, d'un modèle assez curieux, est monophasé. Le deuxième, plus classique, est, en fait, diphasé ; on pourrait, tout aussi bien, le prévoir triphasé. La théorie donnée est un peu simple mais elle contient déjà en germe un grand nombre de questions qui devaient être étudiées plus tard : variations, de pulsation 2ω , des inductances propres et mutuelles des deux phases du stator sous l'action des pôles saillants, stabilisation par la saturation, analogie complète avec les machines à courant continu, possibilité de compoundage par une autre batterie de condensateurs placée en série avec le circuit de débit. Cette dernière idée est reprise un peu plus tard par Linke [136].

En 1909, J. Bethenod, étudiant le fonctionnement d'alternateurs à fréquence musicale destinés à alimenter des postes de radiocommunications, profite de la surtension de résonance due à la batterie de condensateurs de l'éclateur. Sa mise en équation est basée sur la théorie de la double réaction de Blondel. Il termine en remarquant que, dans certaines conditions, l'alternateur peut être autoexcitateur [11]. C'est ce dernier point qu'il développe en 1920 [12].

L'année suivante, Blondel présente à l'Académie des Sciences [22], [23] deux notes sur la même question.

Vers cette époque, on commence à constater que, compte tenu des transformateurs élévateurs, la capacité des lignes à haute tension dont la longueur dépasse une centaine de kilomètres devient suffisante pour provoquer l'autoamorçage de certains alternateurs lors de la mise sous tension de la ligne à vide. Une première explication simpliste est basée sur le diagramme de Potier [126].

Parmi quelques contributions [3], [74], [129], [149], [213], signalons celle de G. Petresco [164] qui envisage, déjà, de stabiliser le fonctionnement par une excitation négative.

En 1937, Cray étend [49] les équations de Park au cas d'un circuit extérieur capacitif et profite de la forme opérationnelle pour discuter la stabilité au moyen des critères d'Hurwitz et de Routh. Tandis que Concordia [45] généralise cette extension à un circuit équilibré quelconque.

La même année Butler et Concordia [38] développent le travail de Cray. Pour les machines à pôles saillants, la

discussion classique permet de constater que, pour une vitesse donnée, il existe deux capacités critiques (ou bien, pour une capacité donnée, deux vitesses critiques) ces deux valeurs correspondent aux résonances avec l'inductance longitudinale et avec l'inductance transversale; la plus petite seule est stable, à cause de la saturation; l'autre est naturellement instable.

En 1945, Waldvogel [222] reprend le même problème mais, de plus, tient compte de l'action du régulateur de tension qui, par un montage potentiométrique approprié, peut imposer une excitation négative. Il utilise le critère de Leonhard sur l'équation, mise sous forme opérationnelle, de l'ensemble constitué par l'alternateur, le régulateur et l'excitatrice; il montre ainsi, ce que l'expérience confirme, qu'un régulateur à action rapide permet, par excitation négative, de stabiliser la marche d'un alternateur à pôles saillants jusqu'à la deuxième valeur critique, celle qui correspond à la réactance transversale.

Un travail analogue de Frey [96] fut publié l'année suivante. En 1947, H. David [56] étudiant le fonctionnement d'un alternateur muni d'une excitatrice série envisage la stabilité sur une longue ligne de transport à vide et arrive aux mêmes conclusions que pour le régulateur à action rapide, la stabilité est reportée jusqu'à la résonance sur l'inductance transversale.

B. Autoamorçage asynchrone. — D'après Boucherot [33], Maurice Leblanc aurait eu, dès 1893 ou 1894, l'idée d'autoamorcer des machines à induction sur condensateurs; mais la première étude est de Bethenod [13] qui écrit que l'impédance globale de l'ensemble constitué par la machine et le réseau est nulle; il en déduit deux conditions qui doivent être satisfaites simultanément.

À la session de 1925 de la Conférence internationale des grands Réseaux électriques, Ed. Roth [194] montre que les alternateurs du type « turboalternateur », avec amortissement transversal, peuvent présenter un autoamorçage *asynchrone* susceptible, lui aussi, d'être stabilisé par la saturation.

V. Genkin [99] reprenant le travail de Bethenod utilise, pour la discussion, le diagramme circulaire de Blondel des machines à induction. Quelques mois plus tard Froidevaux et Liénard [98] présentent deux notes très analogues où ils améliorent la discussion précédente par la considération d'une parabole (fonction de la capacité et de la résistance du circuit de débit) qui doit couper la circonférence caractéristique pour qu'il puisse y avoir autoamorçage. Il faut bien remarquer que cette solution ne résoud que le problème suivant: « Un système constitué par une machine, une capacité et un réseau étant donné, quelle est sa fréquence critique d'autoamorçage et à quelle vitesse doit tourner la machine? »

Comme pour les machines à pôles saillants on trouve deux solutions; la plus faible est stable et l'autre est instable.

Pour résoudre le problème, plus général, d'une vitesse donnée se plaçant entre les deux valeurs obtenues précédemment, A. Mauduit [149] introduit les réactances de fuites totales ($\sigma L = \mathcal{C}$) considérées comme ne dépendant pas de l'état de saturation. Sous l'action de la saturation, le diamètre de la circonférence diminue jusqu'à ce que le point d'intersection stable corresponde à la vitesse de rotation. L'auteur arrive à un système d'équations qu'il résoud par approximations successives.

L'année suivante, A. Liénard [135], utilisant la méthode symbolique de G. Darrieus [55] obtient l'équation symbolique du système formé par la machine et la capacité; il discute la stabilité par le signe de la partie réelle des racines, au

moyen d'un critérium dû à Hermite. Pour achever et tenir compte de la saturation, il fait une hypothèse identique à celle de A. Mauduit.

En 1935, Basset et Potter [5] envisagent, pour alimenter de petits réseaux autonomes, d'utiliser des génératrices asynchrones en autoexcitation sur condensateurs; reprenant l'idée de Boucherot, ils prévoient un véritable compoundage par condensateurs en série. À la même époque, un travail analogue anonyme paraissait dans une revue suisse [2].

En 1946, le problème est étendu aux machines asynchrones compensées dont on sait qu'elles sont susceptibles d'autoamorçage, même sans capacité extérieure [128].

Enfin, tout récemment, la mise en œuvre des capacités en série sur les réseaux de distribution, dans le but d'améliorer leurs conditions de fonctionnement pose un nouveau problème: celui de l'autoamorçage *en service* des machines à induction. Les courants correspondants se superposent aux courants normaux avec formation de battements, car le glissement d'autoexcitation est en général différent du glissement normal en charge [198].

V. Régimes transitoires déséquilibrés. — Nous avons vu que, dans sa communication au Congrès de Turin en 1911, Boucherot étudie aussi le court-circuit brusque monophasé, avec ou sans amortisseur, mais toujours en négligeant les résistances, sauf pour le calcul approché des constantes de temps.

En 1916, J. Biermanns [16] montre que dans le cas très particulier, et assez loin de la réalité, où les constantes de temps de l'inducteur et de l'induit sont égales, le système d'équations de l'alternateur monophasé non amorti est intégrable pour le régime transitoire seulement. Il obtient des fonctions du temps assez peu maniables avec, entre autres facteurs, des exponentielles

$$e^{-\alpha_1(t)} \text{ et } e^{-\alpha_2(t)}$$

$$\text{où } \alpha_1(t) = \frac{2R}{\omega L} \sqrt{\frac{\sigma^2}{\sigma^2 - 1}} \arctg \left(\sqrt{\frac{\sigma - 1}{\sigma + 1}} \operatorname{tg} \frac{\omega t}{2} \right)$$

$$\text{et } \alpha_2(t) = \frac{2R}{\omega L} \sqrt{\frac{\sigma^2}{\sigma^2 - 1}} \arctg \left(\sqrt{\frac{\sigma + 1}{\sigma - 1}} \operatorname{tg} \frac{\omega t}{2} \right).$$

Le symbole σ de Biermanns n'est pas celui, maintenant classique, de Blondel. Il représente le rapport $\frac{V L_1 L_2}{M}$ tou-

jours supérieur à 1 et tendant vers 1 quand la dispersion tend vers zéro. Chaque exponentielle de Biermanns peut être considérée comme le produit d'une fonction périodique du temps par une exponentielle ordinaire dont la constante de temps est

$$\frac{L \sqrt{\sigma^2 - 1}}{R\sigma} = \frac{\sqrt{L N}}{R}.$$

Boucherot avait trouvé les constantes de temps approchées

$$\frac{\sqrt{L_1 N_1}}{R_1} \text{ et } \frac{\sqrt{L_2 N_2}}{R_2},$$

il y a bien identité dans le cas particulier de Biermanns où

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{R_1}{R_2}.$$

Mais la forme de la partie périodique est beaucoup plus simple chez Boucherot. De plus, les constantes d'intégration ne peuvent être calculées, en fonction des états initiaux, qu'après celles du régime permanent et, comme Biermanns est obligé, alors, de se contenter de la même hypothèse $R_1 = R_2 = 0$ il est à craindre que, malgré la grande compli-

cation de ses exponentielles, ses résultats définitifs ne soient pas très supérieurs à ceux de Boucherot.

En 1911, Boucherot a étudié la tension induite, dans la phase restée ouverte, par le court-circuit de l'autre phase d'un alternateur diphasé. C'est cette question que reprend Mandl [142] mais, en supposant de plus, que la phase non mise en court-circuit alimente des condensateurs, afin d'avoir le cas le plus défavorable, au point de vue si r'ension.

En 1928, Doherty et Nickle présentent la quatrième partie de leur grande étude sur les machines synchrones [69]. Elle est consacrée aux courts-circuits monophasés des machines à pôles saillants avec amortissement purement transversal, les résistances sont négligées dans les calculs d'amplitudes et n'interviennent que dans les constantes de temps d'amortissement.

En 1906, Sumec [212] avait établi que, en l'absence de résistances, les coefficients des développements en série de Fourier des courants induit et inducteur, en régime permanent, sont en progression géométrique dont la raison peut se mettre sous la forme

$$q = \frac{1 - \sqrt{\sigma}}{1 + \sqrt{\sigma}}$$

pour une machine non amortie (σ étant ici le coefficient de dispersion de Blondel). On peut arriver au même résultat en développant les formules de Boucherot [35].

Doherty et Nickle établissent un résultat analogue pour le régime transitoire mais ici les courants induit et inducteur comportent, à la fois, des termes d'ordres pairs et impairs. Dans l'induit, les termes d'ordres pairs s'amortissent jusqu'à

zéro avec la constante de temps $\frac{\sqrt{x_1' x_q'}}{R}$ tandis que ceux

d'ordres impairs s'amortissent jusqu'au régime permanent avec une constante de temps fonction du circuit inducteur. Utilisant les notations de Park ils donnent, pour la raison q , qu'ils désignent par b la valeur

$$\frac{\sqrt{x_q'} - \sqrt{x_1'}}{\sqrt{x_q'} + \sqrt{x_1'}}$$

mais leur machine n'a pas de régime subtransitoire, dans un cas plus général, il faudra remplacer les x' par les x'' .

Tout en conservant les éléments longitudinaux et transversaux, Park et Robertson [161] introduisent dans leurs calculs les réactances inverse (x_2) et homopolaire (x_0) et

admettent la formule $x_2 = \frac{x_1'' + x_q''}{2}$, ce qui permet, main-

tenant, d'aborder les états de déséquilibre partiel dans les machines polyphasées à amortissement partiel.

F. Margand [147] montre physiquement, la parenté étroite entre les fonctionnements déséquilibrés et les régimes transitoires : dans un cas, comme dans l'autre, les flux d'induit varient à travers les circuits statoriques. Le taux de variation est assez rapide pour faire intervenir tous les circuits rotoriques c'est-à-dire la dispersion subtransitoire. C'est ce qui justifie, à la fois, la formule donnant la raison b de la série géométrique des coefficients de Fourier, et celle donnant x_2 .

Malheureusement, au fur et à mesure que l'on cherche à approfondir la notion de réactance inverse, on constate que les différentes définitions possibles ne sont pas d'accord. Par exemple : on peut imposer à la machine un système inverse de courants rigoureusement sinusoïdaux et déterminer les tensions ; on peut, au contraire, imposer un système inverse de tensions sinusoïdales et déterminer les courants. On peut encore considérer un court-circuit monophasé entre deux phases, soit dans son régime transitoire, soit dans son régime

permanent. Dans tous ces états de fonctionnement apparaissent des grandeurs en général non sinusoïdales ; on peut, alors, considérer leur valeur efficace ou, seulement, la valeur efficace de l'onde fondamentale. On comprend, ainsi, que dans la discussion d'un travail de W.-A. Thomas [215], on ait pu donner une demi-douzaine de formules différentes dont les applications numériques, dans un cas classique conduisent à des valeurs (réduites) comprises entre 0,44 et 0,74. Les plus classiques, qui ne font intervenir que les réactances subtransitoires, sont les trois moyennes arithmétique (déjà vue), géométrique et harmonique ; il est bien évident que toutes ces moyennes se confondent avec la valeur unique $x_2 = x_1''$ quand $x_1'' = x_q''$.

La réalité c'est que, en toute rigueur, la réactance inverse n'existe pas parce que la transformation « coordonnées symétriques » ne donne pas la forme diagonale à la matrice fondamentale et tout ceci se complique encore si on veut tenir compte des résistances.

Dans la même ligne des méthodes de Park, Smith et Weygandt [207] étudient le court-circuit double entre phases et neutre — les résultats font intervenir, évidemment, la réactance homopolaire et la formule donnant la raison b est plus compliquée que celle de Doherty et Nickle. Enfin C.-F. Wagner [221] reprend l'idée de Mandl et étudie la résonance sur des capacités dans la phase non mise en court-circuit, pour une machine non amortie.

VI. Forme exacte du flux le long de l'entrefer. —

Nous avons jusqu'ici, admis plus ou moins implicitement que les flux gardaient une répartition sinusoïdale dans l'entrefer. Deux causes principales peuvent rendre cette affirmation plus ou moins grossière :

a) la répartition non sinusoïdale des ampères-tours ;

b) la forme de l'entrefer par suite de la présence des encoches, et, éventuellement, des pôles saillants.

Remarquons que la théorie des deux réactions de Blondel suppose la force magnétomotrice d'induit sinusoïdale mais non le flux, celui-ci est la résultante d'une onde sinusoïdale fondamentale et d'une onde harmonique d'ordre 3 dont la grandeur relative et la phase dépendent essentiellement de la phase de l'onde de force magnétomotrice par rapport aux pôles. C'est d'ailleurs parce qu'il admet que ses flux élémentaires restent sinusoïdaux que Dreyfus [75] malgré son affirmation ne tient pas compte des pôles saillants.

On en déduit que, dans une machine à pôles saillants, l'inductance propre d'une phase statorique doit être une fonction de la position du rotor. Ce fait est déjà signalé par Boucherot [33] qui l'utilise pour donner une théorie de l'auto-amorçage sur capacité.

Reprenant cette même conséquence, Potier [174], puis Karapetoff [112] en déduisent que, dans le cadre des hypothèses de Blondel, on doit voir apparaître un harmonique 3 dans les courbes de tension en charge ; Karapetoff donne même un diagramme correctif.

En fait, cette conclusion est erronée car les inductances mutuelles entre phases subissent les mêmes fluctuations que les inductances propres et on peut montrer [168] que l'inductance cyclique ne contient plus de termes périodiques (tousjours dans le cadre des hypothèses de Blondel).

Si on veut aller plus loin, il faut bien remarquer que cette limitation aux termes d'ordre 3 est arbitraire ; déjà en 1893 Boucherot [32] envisageait de développer en série de Fourier les variations de l'inductance mutuelle entre stator et rotor ; Westphal [227] développe de même la force électromotrice induite, à vide, dans une spire de son alternateur monophasé

mais il s'arrête arbitrairement à l'ordre 5, sans doute parce que ses coefficients de bobinage lui permettent d'éliminer les harmoniques 3 et 5 dans la tension globale.

Entre autres travaux [71], [137], [156], [204] sur ce point citons l'étude expérimentale de N.-S. Diamant [64] et celle, théorique de Brüderlin [37].

En 1926, Doherty et Nickle consacrent à cette question la première partie de leur travail sur les machines synchrones [67]. Ils étudient soigneusement la production des harmoniques de réaction d'induit en régime permanent, et arrivent à cette conclusion que l'hypothèse (implicite) de Blondel constitue une très bonne première approximation. C'est sans doute pour cela qu'ils en resteront à cette dernière hypothèse dans la suite de leur étude, ainsi que toute l'école de Park.

La même année M. Kronl [123] développe les mêmes idées au sujet des machines à induction. Quentin Graham [102] constatant que les harmoniques de force magnétomotrice entraînent, dans les machines polyphasées, la création de flux tournants parasites ayant des polarités et des vitesses anormales il doit en résulter des majorations de pertes dans les circuits amortisseurs chargés d'étouffer ces flux.

Enfin J. Le Monnier [134] attribue à ces mêmes flux parasites, certaines anomalies de fonctionnement dans les machines tel le rampage des moteurs à induction qui, dans certaines conditions de fabrication et de service, peuvent prendre une vitesse stable légèrement inférieure au tiers (le plus souvent) de la vitesse de synchronisme.

Mais aucun de ces travaux n'envisage l'étude du régime transitoire; seul, récemment F.-H. Raymond [182], [183] établit une matrice générale, tenant compte des variations non sinusoïdales des inductances propres ou mutuelles et valables aussi bien en régime transitoire que permanent.

VII. Saturation et problèmes divers. — La saturation est loin d'être un phénomène secondaire. Malheureusement, elle introduit dans l'étude des machines des difficultés telles que l'on peut les considérer actuellement comme insurmontables.

Dans le cas des machines à courant continu, des constructions géométriques souvent très élégantes permettent de pallier à la non linéarité des caractéristiques.

En courant alternatif, la saturation exerce une influence sur la forme des courbes de tension ou de courant et l'on sait les répercussions profondes que ce phénomène peut avoir sur la simple mise sous tension, à vide, d'un transformateur; on sait aussi comment les phénomènes de résonance sont modifiés, soit que la résonance disparaisse presque complètement soit qu'au contraire elle apparaisse inopinément et en soit d'autant plus dangereuse (ferro-résonance). Fort heureusement, la présence d'un entrefer et le choix des valeurs de l'induction magnétique permettent souvent de négliger cette distorsion.

Nous avons vu qu'en régime permanent, on pouvait se contenter des diagrammes de Potier ou de Blondel, malgré un certain nombre de défauts de principe, mais ceci n'a été possible que par l'abandon de la notion de réactance qui n'est conservée que là où, en première approximation tout au moins, la saturation ne joue pas.

Comment pouvons-nous espérer traiter les régimes troublés, alors que nous rencontrons un nombre impressionnant de réactances diverses soit pour calculer les amplitudes, soit pour calculer les constantes de temps. Tout au plus, pour une perturbation brusque de faible amplitude, les tangentes aux courbes caractéristiques peuvent nous fournir des réactances locales?

On s'explique ainsi que la plupart des auteurs ayant vrai-

ment abordé la question l'aient fait par voie expérimentale dans le but d'en déduire des solutions empiriques.

Enfin, dans l'étude des courts-circuits permanents, le flux global est assez faible pour que l'influence de la saturation soit négligeable [50], [115], [116], [152], [189], [196].

A. Présence de pôles massifs. — Les courants de Foucault dans la masse des pôles ou dans le corps des rotors du type « turbo » jouent le même rôle que les courants induits dans les bobinages des amortisseurs.

Miles Walker [223] et N.-B. Hill [106] assimilent les masses rotoriques à un seul circuit amortisseur, demandant à l'expérience (relevés oscillographiques) de fournir les éléments l et r de ce circuit. Il est bien évident que ce ne peut être qu'une première approximation.

Un travail plus sérieux est fait par Concordia et Portizky [47]. Dans le cas d'un rotor cylindrique, ils appliquent les équations de Maxwell à la propagation du champ dans la masse rotorique, moyennant certaines hypothèses, dont la constante de la perméabilité rotorique, la distribution des courants sur une surface le long de l'entrefer, la faible valeur de l'entrefer par rapport aux rayons et la suppression des effets d'extrémités. Ils peuvent ainsi aboutir à des formules assez complexes qui permettent de corriger les valeurs usuelles des réactances et des constantes de temps.

B. Constantes réparties. — Nous avons toujours considéré comme négligeable l'influence des capacités entre bobinages. En tel cas, les résistances et les inductances propres ou mutuelles peuvent être les éléments *concentrés*, contrairement aux hypothèses nécessaires à l'étude au choc des transformateurs, par exemple. Signalons toutefois d'une part une étude de Wanger et Brown [224] sur les oscillations dans le rétablissement de la tension après coupure d'un courant de court-circuit, et faisant intervenir les capacités et d'autre part, celle d'Ogawa [157] faisant intervenir la répartition des constantes.

C. Caractéristiques du circuit d'excitation. — Tous les calculs précédents supposent que le circuit d'excitation est alimenté par une source de tension continue constante. Une source moins hypothétique de force électromotrice, de résistance et d'inductance intérieures constantes serait encore interprétable mais le plus souvent il n'en est rien, le cas le plus simple place l'excitatrice sous la dépendance d'un régulateur automatique de tension; on peut, aussi, imaginer des cas plus compliqués.

La question a été examinée pour l'autoamorçage sur capacité; elle est absolument générale.

Déjà, en 1906, dans sa première étude sur les courts-circuits brusques [177], Punga envisage l'emploi d'une excitatrice à caractéristique série qui a, en première approximation, les propriétés d'une résistance négative.

Plus tard, Rüdenberg [195] imagine de modifier la constante de temps du circuit d'excitation en y plaçant une capacité, la valeur nécessaire est telle qu'il est impossible d'envisager des condensateurs mais on peut prendre un induit de machines à courant continu à vide dont on sait qu'il équivaut à une forte capacité shuntée par une résistance de fuite.

Vers la même époque, G. Darrieus reprend et exploite, dans le même but, l'idée de l'excitatrice série qui a donné lieu à quelques réalisations intéressantes [56], [113].

Une excitatrice peut être considérée comme un amplificateur et on peut chercher, par un choix convenable de l'entrefer et de la vitesse de rotation, à réduire la constante de temps [176]. Le compoundage des excitatrices [143] nécessite

alors l'emploi de transformateurs de découplage entre circuits d'excitation. Signalons aussi les excitatrices amplidyne qui peuvent être commandées par des amplificateurs à tubes électroniques [199].

L'emploi du calcul symbolique permet, comme nous l'avons déjà vu, d'introduire dans le système d'équations d'une machine, les caractéristiques plus ou moins complexes des circuits d'excitation [39], il faut étudier l'image opérationnelle correspondante [222].

D. Emploi des machines à calculer. — La mise au point des récentes machines mathématiques a permis de reprendre certains problèmes anciens sur des bases nouvelles.

Lorsqu'une équation différentielle est trop difficilement intégrable dans son cas général, on peut obtenir par voie graphique et avec une approximation souvent suffisante, une courbe intégrale correspondant à un cas numérique particulier donné. C'est la méthode par points successifs, dite encore méthode pas à pas [101], malheureusement d'autant plus lente que l'on désire plus de précision.

La discussion d'un cas donné exige la possession d'un faisceau serré de courbes intégrales correspondant à des conditions initiales différentes; mais la résolution complète d'un problème demande, de plus, que l'on recommence ce même faisceau pour un grand nombre de valeurs possibles des paramètres ce qui est pratiquement impossible par les moyens classiques. Par contre, la très grande rapidité avec laquelle les machines à calculer modernes effectuent leur travail permet d'envisager cette méthode pour des cas devant lesquels on aurait reculé il y a seulement une dizaine d'années [94].

C'est ainsi que l'on a pu, par exemple, donner des tables numériques relatives aux fonctions de Mathieu [103], discuter l'influence des circuits amortisseurs sur les surtensions provoquées par les courts-circuits dyssymétriques [42], déterminer les variations du couple dans un régime transitoire [139] ou pendant la synchronisation automatique d'un moteur synchrone démarant en moteur asynchrone sur ses amortisseurs [80], [81], [206].

Il est évident que l'utilisation judicieuse des variables et des paramètres réduits permet de simplifier le travail mais il est non moins évident qu'une forme réduite n'est qu'un cas particulier de forme canonique.

VIII. Les constantes caractéristiques; leur détermination expérimentale. — Ainsi, depuis le premier schéma de Behn-Eschenburg, le nombre des paramètres nécessaires pour décrire une machine n'a cessé de croître. Il a donc fallu, parallèlement, imaginer des méthodes susceptibles de permettre la mesure de ces paramètres sur une machine existante, ou leur calcul à priori au bureau d'étude [46], [114].

A. Théorie de Behn-Eschenburg. — La machine est caractérisée par son impédance cyclique. La comparaison de l'essai à vide et de l'essai en court-circuit pour une même excitation donne le module de l'impédance, la mesure de la résistance en courant continu achève la détermination. Malheureusement, il est classique de constater que l'on se heurte à la saturation et que Z varie fortement avec le courant d'excitation utilisée. En se plaçant dans la zone où la force électromotrice à vide est sensiblement proportionnelle à l'excitation ou bien, en prenant pour une excitation quelconque, la force électromotrice à vide sur le prolongement de la partie droite initiale on obtient la réactance non saturée, sans aucun intérêt pour le fonctionnement en charge dans les conditions normales, mais utile pour l'étude de certains états à flux

global très faible, comme, par exemple, les courts-circuits permanents.

Pour le fonctionnement en charge, on a proposé comme valeur la plus exacte, celle obtenue à partir d'un essai en débit purement réactif.

B. Théorie de Potier. — Aux essais précédents il faut adjoindre des essais en débit purement réactif. Soit toute une caractéristique à I_r constant (Potier), soit un point seulement (Janet et Fischer-Hinnen.) On a rapidement cherché à remplacer l'essai réactif sur inductance par un essai sur capacité pour lequel la quadrature est mieux réalisée, mais on s'est rapidement aperçu que les résultats ainsi obtenus étaient rarement concordants, l'essai sur condensateur dominant en général, α trop grand et s trop petit par rapport à l'essai sur inductance; on a alors proposé des méthodes qui réunissent les deux essais [51], [133].

C. Théorie de Blondel. — Les diagrammes de Blondel et de Potier sont très sensiblement équivalents en débit réactif, les méthodes précédentes restent valables pour déterminer les éléments α et s , mais il faut, de plus, déterminer la réactance transversale et c'est là le point délicat, les méthodes proposées par Blondel lui-même [49], [31] ne sont bonnes que pour des machines *non amorties*, c'est-à-dire à pôles feuilletés et l'on peut faire le même reproche à toutes les méthodes statiques [171], [186].

Les seules méthodes, qui à priori, suppriment tout effet parasite d'induction dans les circuits rotoriques, sont celles pour lesquelles la machine, tournant à sa vitesse normale, est alimentée par un système de courants rigoureusement synchrones du mouvement, ce qui exige que la source soit un deuxième alternateur de même polarité, accouplé au premier.

En faisant varier systématiquement la phase de ces courants par rapport à la position des pôles, on mesure une impédance dont le module évolue entre deux limites. En l'absence de saturation, la valeur maximum doit s'identifier avec l'impédance de Behn-Eschenburg, dans l'hypothèse de la non saturation; la valeur minimum donne alors (en confondant impédance et réactance) la somme $s + \alpha$ de la réactance de fuites de Potier et de la réactance transversale cherchée [73], [82], [200].

Malheureusement, par suite de la nécessité d'accoupler la machine à essayer avec une autre de même polarité et avec un moteur d'entraînement, cette méthode, possible sur des machines expérimentales ne l'est plus guère pour les machines industrielles de faibles puissances et pas du tout pour les grands alternateurs.

Il ne reste plus alors, que la méthode de « glissement » imaginée par Haga [104]. On alimente, par un réseau de distribution, la machine synchrone non excitée et entraînée à une vitesse aussi voisine que possible du synchronisme, le léger glissement inévitable provoque l'exploration automatique et continue des déphasages entre les courants statoriques et le rotor; on admet que ce glissement est assez faible pour que les effets d'induction rotoriques soient négligeables, et l'interprétation des mesures s'achève comme dans la méthode précédente.

Lorsque le glissement n'est pas très faible, la lecture directe des appareils de mesure (ampèremètres et voltmètres) est rendue impossible par les effets d'inertie des équipages; elle doit être remplacée par l'enregistrement oscillographique simultané des courants et des tensions mais alors, de toutes façons, les effets d'induction rotoriques ne sont plus négligeables.

Signalons encore la mesure directe du déphasage interne

lors d'un essai en charge purement active. Proposée par Blondel [19], elle n'a pas encore donné lieu à une réalisation simple, applicable à toutes les machines [100], [105].

D. Réactance de fuites de l'induit. — Cette grandeur intervient dans toutes les premières théories des régimes transitoires ou déséquilibrés, on a donc proposé un grand nombre de méthodes pour la déterminer, mais les résultats expérimentaux sont assez divergents. Blondel, Fallou et d'autres, se sont efforcés de montrer que chaque méthode s'adressait à une grandeur particulière et qu'il fallait commencer par se mettre d'accord sur les définitions [25], [88], [150], [193], [201], [216].

On peut d'abord se demander par rapport à quoi on considère l'existence de fuites? Est-ce par rapport au fer du rotor, par rapport au bobinage inducteur ou par rapport à l'ensemble des bobinages inducteurs et amortisseurs?

La première définition n'a d'intérêt que si on veut chercher l'influence de la saturation. Sa détermination est imprécise du fait qu'en fonctionnement, la répartition des saturations le long du circuit magnétique n'est pas la même qu'à vide. Le bureau d'étude peut envisager d'aller plus loin et calculer des caractéristiques partielles; il n'en est pas de même de l'expérimentateur qui essaye une machine en ordre de marche et qui ne peut connaître que la caractéristique à vide. La grandeur expérimentale la plus voisine de celle cherchée est manifestement le paramètre s de Potier [144] (ou de Blondel, d'ailleurs) et on pourrait la définir comme la part de la réaction d'induit qui dépend le moins de la saturation. La méthode de Potier consiste à rechercher le couple s , α , des constantes les mieux adaptées à la machine, et on sait que ce choix est impossible, mais aussi indifférent, en l'absence de saturation.

La deuxième définition est déjà plus précise, à la condition que l'on se place en régime *permanent équilibré* et en admettant que le flux d'induit soit à répartition sinusoïdale. Il faut alors considérer l'inductance cyclique $\mathcal{L}_1$ du stator, l'inductance propre L_2 de l'inducteur et leur inductance mutuelle cyclique M . La quantité cherchée est

$$\mathcal{K}_1 = \sigma \mathcal{L}_1 = \mathcal{L}_1 - \frac{M^2}{L_2} \quad (8,1)$$

Par construction, il est manifeste que le paramètre s de Potier et $\sigma \mathcal{L}_1$ sont très voisins dans une machine à pôles saillants; ils le sont moins dans une machine du type « turbo » à cause du coefficient de bobinage du rotor.

Enfin, la troisième définition sera relative aux états variables ou déséquilibrés.

Une mention particulière doit être faite de l'amortissement complet imaginé par Boucherot : le rotor ne comporte qu'un amortisseur purement transversal identique à l'inducteur (rotor diphasé équilibré). Dans ce cas, et pour une machine à rotor lisse, les deux dernières définitions sont identiques, mais ceci n'est jamais réalisé en pratique :

1° On ne dispose pas d'un amortisseur transversal assez développé ;

2° Un amortisseur longitudinal se superpose à l'inducteur ;

3° De nombreuses machines sont à pôles saillants ;

4° La masse du fer rotorique constitue un amortisseur supplémentaire non négligeable mais dont les caractéristiques varient avec la fréquence ou la constante de temps des actions extérieures. Il faudra ainsi distinguer, parmi les réactances de fuite des types 2° et 3° :

a) celle relative à un faible glissement en fonctionnement équilibré et qui interviendra dans la synchronisation automatique des machines démarrant en asynchrone ;

b) celles relatives aux régimes transitoires et subtransitoires ;

c) celle relative aux fonctionnements déséquilibrés.

C'est cette dernière qui intervient dans la notion de réactance inverse.

Blondel [25], qui ne rentre pas dans certaines des distinctions précédentes, envisage, par contre, les résultats obtenus en plaçant une spire d'épreuve contre une bobine statorique et mesure ainsi le flux *contre* le fer induit ; on peut obtenir le flux de fuites correspondant par différence avec le flux total. En dehors des causes d'erreurs dues au fait que l'on va travailler par différence entre deux grandeurs voisines, cette méthode ne donnera qu'approximativement la première des trois définitions.

On a proposé la mesure de la réactance apparente du stator, le rotor *enlevé*. Le flux dans le volume occupé normalement par le rotor est loin d'être négligeable, il faut pratiquer des corrections qui peuvent être supérieures à la grandeur définitive [193]. Il y a aussi une modification importante de la loi de répartition de l'induction magnétique le long du fer de l'induit, et dont il est difficile de tenir compte. Enfin, cette méthode n'est applicable que chez le constructeur ou au cours d'un démontage.

Fallou [83] utilise les deux droites de court-circuit : soit triphasé équilibré, soit monophasé entre deux bornes ; dans le deuxième cas, il y joint la mesure de la tension sur la phase restée libre [145]. Cette méthode ne peut nous donner que le σ relatif aux états déséquilibrés ou subtransitoires et seulement pour une machine bien amortie. Fallou reconnaît lui-même que la présence de l'harmonique 3 va troubler l'interprétation. Enfin, comme dans les méthodes précédentes, le résultat est la différence entre deux mesures voisines. Pour justifier sa méthode, Fallou utilise des raisonnements analogues à ceux de Boucherot en 1911 et dont il faut bien reconnaître que, maniés sans précautions, ils peuvent conduire à des erreurs assez grossières [140], [141], [151].

On a proposé [216] l'utilisation de la droite de court-circuit entre le neutre et une phase ; il est évident, et Fallou l'a signalé le premier [88], que, faisant intervenir la réactance homopolaire, elle ne peut pas servir à calculer l'un des σL_1 déjà considérés.

Citons encore les méthodes statiques, le rotor bloqué [146]. On alimente le stator en courants alternatifs monophasés ou polyphasés, si le courant statorique est faible, la machine n'est pas saturée et si l'on augmente le courant statorique il faut craindre des échauffements anormaux dans le rotor, d'autant plus qu'il n'y a aucune ventilation. On a proposé de saturer le circuit magnétique par un courant continu dans l'inducteur ; le résultat dépend, en général de la position du rotor et s'interprète surtout dans le cadre des réactances transitoires.

Pour les machines à induction à rotor bobiné et à bagues, on connaît la méthode basée sur les essais en transformateur à vide par alimentations statoriques puis rotorique. En 1921 L. Dreyfus a proposé une méthode [77] valable quel que soit le type de rotor. La machine tournant en moteur à vide, on coupe une phase du stator et on mesure la tension entre neutre et phase avant et après coupure. En négligeant le glissement à vide et les résistances au stator comme au rotor, Dreyfus établit la formule

$$\sigma = \frac{E - \sqrt{3} E_g}{E + \sqrt{3} E_g} \quad (8,2)$$

où E est la tension entre phase et E_g la tension entre le neutre et la phase coupée (côté moteur).

En réalité, le glissement à vide et les résistances ne sont pas négligeables et, en exploitant ses calculs effectués dans les années 1911 et 1912, Dreyfus aurait pu arriver à une formule plus exacte, mais aussi plus compliquée.

De toutes façons, cette méthode, comme presque toutes les autres, a l'inconvénient d'opérer par différence entre deux quantités voisines.

E. Réactances inverse et homopolaire. — En supposant que ces grandeurs aient un sens, la méthode la plus naturelle de détermination utilise les trois droites de court-circuit.

a) en triphasé équilibré ; b) entre deux phases ; c) entre neutre et phase. Elles font intervenir, respectivement, les quantités

$$x_1, x_1 + x_2 \quad \text{et} \quad x_1 + x_2 + x_0 ;$$

les quantités x_2 et x_0 s'obtiendraient encore par différence, avec tous les risques d'erreurs que ce procédé représente. C'est pourquoi on préfère utiliser les tensions sur les phases restées ouvertes — l'emploi d'un wattmètre permettant d'évaluer le déphasage et de déterminer ainsi les parties réelles des impédances.

Par contre, les interprétations sont plus délicates et particulièrement gênées par les harmoniques d'ordre 3 [88], [145].

On peut aussi essayer d'interpréter des essais statiques [146].

La machine tournant à vitesse normale, et non excitée, on peut encore lui imposer un système équilibré et inverse de tensions [154], [161], [203], [215].

Enfin, on peut calculer x_2 en fonction des réactances subtransitoires x_1'' et x_q'' , à partir de l'une des formules possibles (?).

Pour la détermination de x_0 , Fallou a proposé [88], sans justification, d'utiliser les éléments homopolaires, tension ou courant suivant le cas, qui apparaissent entre le neutre de la machine et le neutre de l'étoile de court-circuit triphasé équilibré.

F. Réactances transitoires et subtransitoires. — La solution immédiate consiste à prendre le relevé oscillographique d'un court-circuit brusque ; il est facile de tracer les exponentielles qui enveloppent la pseudo sinusoïde et de les prolonger jusqu'à l'instant initial du court-circuit. En reportant ces exponentielles sur un papier à ordonnées logarithmiques, la courbe ainsi transformée est sensiblement rectiligne, sauf au début ; en prolongeant la partie droite on peut séparer le

régime subtransitoire du régime transitoire. Mais tout ceci ne donne que les éléments longitudinaux.

On a aussi proposé les essais statiques, les résultats varient avec la position du rotor et les valeurs extrêmes correspondraient à x_1'' et à x_q'' .

Dans un des plus récents travaux de ce genre, les auteurs [219] utilisent une méthode purement électrique pour déterminer la position du rotor par rapport aux phases du stator ; ils alimentent l'inducteur par une tension sinusoïdale et relèvent les tensions induites dans les trois phases, mais leur interprétation est pénible et peut être largement simplifiée par la considération des composantes symétriques des trois tensions statoriques.

G. Constantes de temps. — On pourrait essayer de les calculer à partir des x et des R mais, et surtout pour les régimes subtransitoires, les formules différent avec les auteurs, il est donc préférable d'utiliser les enregistrements oscillographiques de court-circuit brusque : après report sur papier logarithmique, on détermine la pente des droites ainsi obtenues.

H. Résistances. — Quoique faibles par rapport aux réactances et n'intervenant pas, en général, dans la grandeur du module des impédances, elles ne peuvent pas être complètement négligées [220].

Certaines résistances élémentaires sont mesurables directement en courant continu, mais ce n'est évidemment pas possible pour les circuits amortisseurs.

Malgré les difficultés sur les grandeurs x et les divergences dans les formules, on peut utiliser les constantes de temps relevées directement.

En dehors de l'emploi d'un wattmètre entre le courant de court-circuit et la tension sur la phase ouverte dans un essai de court-circuit déséquilibré, Wright [228] propose la mesure du couple correspondant aux pertes par effet Joule par la méthode de ralentissement. Robertson [187] utilise dans le même but un fonctionnement en moteur synchrone surexcité ou sous-excité, c'est-à-dire mesure, en fait, les pertes supplémentaires. Utilisant deux rotors différents sur un même stator, il montre que ces pertes supplémentaires dépendent de la nature du rotor, même en fonctionnement équilibré.

Signalons encore un bon résumé [4] de tous les travaux américains antérieurs à 1932 et les études, plus récentes, sur certaines causes d'erreurs dans les mesures [46], [192].

SECONDE PARTIE : Nouvelle méthode de calcul et étude expérimentale

NOUVELLE MÉTHODE DE CALCUL

I. Introduction. — Il est possible d'établir une mise en équation générale utilisant les avantages d'une forme opérationnelle, sans tomber dans les excès de symbolisme, il suffit comme je l'ai montré en 1945 [165] et dans quelques notes suivantes [168], [169], d'utiliser directement la transformation de Laplace.

A. Hypothèse. — La seule hypothèse simplificatrice porte sur l'absence de saturation. Elle est indispensable à l'écriture d'un système linéaire. On sait, malheureusement, quelles sont les erreurs de la théorie de Behn-Eschenburg par rapport à celles de Potier ou de Blondel, mais on sait aussi que la première a été indispensable à l'éclosion des suivantes ; il est donc logique de penser qu'on ne pourra songer à résoudre complètement le problème de l'alternateur saturé que lorsque celui de l'alternateur linéaire sera complètement élucidé, *ce qui n'est pas encore le cas*. Enfin, ce travail est destiné à étudier certaines corrections à appliquer aux théories classiques, ces corrections portent sur la présence d'harmoniques, en particulier dans les essais de court-circuit où l'on sait que l'influence de la saturation est souvent négligeable.

B. Notations. — La machine, à pôles saillants, est en général multipolaire, mais on sait que l'on peut toujours ramener les paramètres à des éléments bipolaires équivalents.

Toutes les positions angulaires sont repérées par rapport à l'axe des pôles ; une spire statorique telle que aa' est définie par la normale à son plan (fig. 2).

Le rotor porte, outre le bobinage inducteur, une cage d'amortissement. Le stator est supposé triphasé. Même si les spires du bobinage statorique présentent un pas raccourci, l'ensemble d'une phase possède la symétrie diamétrale et il est toujours possible d'associer les conducteurs d'une phase par paires diamétrales telles que aa' ; seules les liaisons frontales en sont influencées, mais leur flux est un flux de fuites, indépendant de la position des pôles et qui se traduit par des inductances de fuites, constantes, qui s'introduisent simplement dans le terme constant de chaque inductance propre.

II. Inductances propres ou mutuelles. — Les différentes inductances qui interviennent entre les circuits, ou à l'intérieur de chacun d'eux, sont des fonctions périodiques de la position du rotor. La période correspond à un tour (en bipolaire, bien entendu) pour les inductances mutuelles entre stator et rotor, elle correspond à un demi-tour pour les inductances statoriques.

Ces fonctions peuvent être décomposées en séries trigonométriques.

Considérons d'abord deux spires statoriques diamétrales a et b , de position α et β et négligeons, provisoirement, l'influence des encoches. Soit, alors

$$M_{ab} = f(\alpha, \beta)$$

l'inductance mutuelle entre a et b .

La fonction $f(\alpha, \beta)$ est séparément périodique en α et β et de période 2π dans chaque cas ; les considérations classiques de parités permettent d'écrire

$$M_{ab} = \sum_{r,s} \mathfrak{M}_{rs} \cos(r\alpha + s\beta) \quad (2-1)$$

où r et s peuvent prendre toutes les valeurs entières, impaires, positives ou négatives.

On peut arriver au même résultat en suivant une méthode inspirée de celle de Doherty et Nickle [67].

Les calculs sont plus longs que les premiers raisonnements,

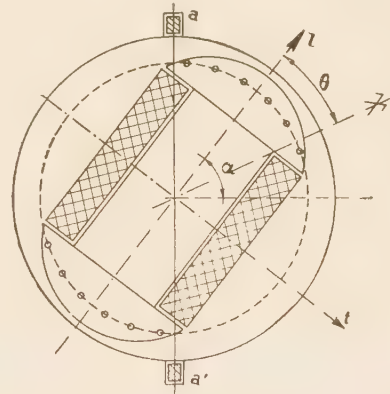


Fig. 2. — Schématisation d'une machine synchrone à pôles saillants dont les paramètres sont ramenés à des éléments bipolaires équivalents.

mais ils permettent la détermination de $\mathfrak{M}_{rs}$ sur un projet de machine.

Si, au lieu de deux spires, on considère deux circuits statoriques complets, les calculs sont les mêmes, les angles α et β caractérisent les positions des axes des deux circuits, les $\mathfrak{M}_{rs}$ sont multipliés par les nombres de spires et par les coefficients de bobinage correspondant aux ondes de flux d'ordre r (pour a) et s (pour b).

La forme (2-1) reste valable lorsque l'un des circuits appartient au rotor (inducteur ou amortisseur).

Pour le calcul d'une inductance propre, il suffit de faire $\alpha = \beta$ mais il faut aussi ajouter l'inductance de fuites (encoches et têtes de bobines) dont nous avons déjà admis la constance.

Remarques. — 1° Supposons que, par un choix convenable du type de bobinage statorique, $\mathcal{M}_{rs}$ soit identique à zéro dès que s est différent de ± 1 , il doit en être de même pour r . car $\mathcal{M}_{rs} = \mathcal{M}_{sr}$. L'explication physique est simple : on sait qu'un bobinage dont l'onde de force magnétomotrice est une sinusoïde pure présente un coefficient de bobinage nul pour toutes ondes autres que l'onde fondamentale.

Cette simplification importante correspond aux hypothèses (implicites) de la théorie des deux réactions de Blondel et de presque tous les travaux classiques.

2° La distorsion du flux d'entrefer est due à deux causes distinctes : la forme de la courbe de force magnétomotrice et la forme des pôles ; mais, tandis qu'une répartition sinusoïdale de la force magnétomotrice annule systématiquement l'action de la forme des pôles, il n'existe pas de loi de variation de l'entrefer qui puisse s'opposer à une mauvaise répartition de la force magnétomotrice.

Fonctionnement à vitesse constante. — 1. STATOR. — α et β sont deux fonctions du temps de la forme

$$\begin{aligned} \alpha_a &= \omega_r t + \psi \\ \alpha_b &= \omega_r t + \psi - \frac{2\pi}{3}, \\ \alpha_c &= \omega_r t + \psi + \frac{2\pi}{3}. \end{aligned}$$

2. ROTOR. — Les angles α sont des constantes ; $\alpha = 0$ pour l'inducteur et les circuits longitudinaux, $\alpha = \frac{\pi}{2}$ pour les circuits transversaux.

III. Équations générales. — Les sens positifs relatifs des tensions et des courants sont ceux d'un fonctionnement en *générateur* — les éléments u et i correspondants sont ceux d'un bobinage — il n'y aura dans ces conditions aucune difficulté à passer ensuite aux éléments « aux bornes » en fonction du montage utilisé.

L'équation générale d'un circuit s'écrit

$$-u_f = R_f i_f + \frac{d}{dt} \sum_g M_{fg} i_g \quad (3-1)$$

$$\left. \begin{aligned} -Y^0 &= (R_1 + pl_0)X^0 + \frac{1}{2}p \sum_{rs} \mathcal{M}_{rs} \varepsilon^{-r-s} \eta^s X_{r+s} + \frac{p}{6} \sum_{\lambda s} \mathcal{M}_{\lambda s} \varepsilon^{-s} \eta^s x_{\lambda+s}^+ + \frac{p}{6} \sum_{\tau s} \mathcal{M}_{\tau s} (\pm j) \varepsilon^{-s} \eta^s x_{\tau+s}^-, \\ -Y^d &= (R_1 + pl_0)X^d + \frac{p}{2} \sum_{rs} \mathcal{M}_{rs} \varepsilon^{-r-s} \eta^{1+s} X_{r+s} + \frac{p}{2} \sum_{\lambda s} \mathcal{M}_{\lambda s} \varepsilon^{-s} \eta^{1+s} x_{\lambda+s}^+ + \frac{p}{2} \sum_{\tau s} \mathcal{M}_{\tau s} (\pm j) \varepsilon^{-s} \eta^{1+s} x_{\tau+s}^-, \\ -Y^1 &= (R_1 + pl_0)X^1 + \frac{p}{2} \sum_{rs} \mathcal{M}_{rs} \varepsilon^{-r-s} \eta^{1+s} X_{r+s} + \frac{p}{2} \sum_{\lambda s} \mathcal{M}_{\lambda s} \varepsilon^{-s} \eta^{-1+s} x_{\lambda+s}^+ + \frac{p}{2} \sum_{\tau s} \mathcal{M}_{\tau s} (\pm j) \varepsilon^{-s} \eta^{1+s} x_{\tau+s}^-, \\ y^\lambda &= R_\lambda x^\lambda + \frac{3}{2}p \sum_r \mathcal{M}_{\lambda r} \varepsilon^{-r} X_r + p \sum_{\lambda'} M_{\lambda \lambda'} x^{\lambda'}, \\ y^\tau &= R_\tau x^\tau + \frac{3}{2}p \sum_r \mathcal{M}_{\tau r} (\pm j) \varepsilon^{-r} X_r + p \sum_\tau M_{\tau \tau} x^\tau. \end{aligned} \right\} \quad (3-4)$$

Dans ces cinq écritures, r et s peuvent prendre toutes les valeurs impaires positives ou négatives, le signe $\pm$ devant j ,

si on lui applique la transformation de Laplace, on est conduit à des intégrales de la forme

$$m \int_0^\infty \frac{d}{dt} [\cos(n\omega_r t + \gamma) \cdot i] e^{-p't} dt \quad (3-2)$$

où n est un nombre entier. Il suffit de mettre le cosinus sous la forme

$$\frac{1}{2} [e^{j(n\omega_r t + \gamma)} + e^{-j(n\omega_r t + \gamma)}]$$

pour faire apparaître après intégration par parties, les transformées de i par rapport à $p + nj\omega_r$ et $p - nj\omega_r$.

Notations. — Soit i la valeur instantanée d'un courant ; la transformée par rapport à p est x , celle par rapport à $p + nj\omega_r$ s'écrit x_{+n} .

On désignera de même par y la transformée d'une tension u , après y avoir incorporé les constantes provenant des intégrations par parties et qui représentent les flux initiaux à travers les circuits.

Dorénavant, l'indice inférieur des variables x et y ou de toute autre fonction de p sera toujours l'indication d'une transposition de la variable p .

Tous calculs faits, on constate que les équations rotoriques contiennent des quantités de la forme

$$x^a + a^v x^b + a^{-v} x^c$$

où x^a , x^b et x^c sont les transformées de trois courants statoriques ; $a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$ et v est un nombre entier.

Ces quantités sont très analogues aux coordonnées symétriques ; posons donc systématiquement

$$\begin{aligned} 3X^0 &= x^a + x^b + x^c \\ 3X^d &= x^a + ax^b + a^{-1}x^c \\ 3X^1 &= x^a + a^{-1}x^b + ax^c. \end{aligned} \quad (3-3)$$

Définissons de même, Y^0 , Y^d et Y^1 à partir des y statoriques. Il suffit de combiner linéairement les trois équations statoriques pour ne conserver que ces nouvelles variables. On obtient ainsi un système d'équations (3-4) donnant linéairement les Y en fonction des $X_{\pm 2n}$ et des $x_{\pm 2n+1}^e$ et les y^e en fonction des x^e et des $X_{\pm 2n+1}$; les indices ρ et ρ' sont relatifs aux circuits rotoriques.

Tous les coefficients de ce système sont des constantes réelles ou imaginaires pures.

dans les termes en τ relatifs aux éléments transversaux, doit être pris égal à celui de r ou de s correspondant.

Les symboles η correspondent à la notation

$$\eta^u = 1 + a^u + a^{-u};$$

u étant entier, on a $\eta^u = 3$ si u est un multiple de 3 et $\eta^u = 0$, si u n'est pas un multiple de 3.

Ainsi, nous avons transformé nos équations initiales à coefficients périodiques du temps, inintégrables, par des équations *fonctionnelles* de la variable p , équations, qu'en général, on ne sait pas résoudre. Le bénéfice théorique peut paraître faible. Pourtant, les cas particuliers pour lesquels les calculs peuvent s'achever rigoureusement sont plus apparents sous la nouvelle forme et, ce qui est encore plus utile, la forme fonctionnelle permet des solutions par approximations successives et des développements en séries trigonométriques.

Or, à notre connaissance, ce caractère fonctionnel n'avait pas encore été signalé; même Yu-H Ku [124] ou Ingram [109] dont les notations ressemblent à celles de notre matrice simplifiée, sont passés à côté de cette propriété importante. C'est là une des conséquences de l'emploi inconsideré du calcul d'Heaviside aux équations à coefficients périodiques.

IV. Eliminations des variables rotoriques. —

Les équations rotoriques du système (3-4) ne présentent pas le caractère fonctionnel par rapport aux variables x^e que l'on peut donc calculer en fonction des y^e et des $X_{\pm 2n+1}$. On peut donc alors porter ces valeurs dans les trois équations statoiriques. Il ne reste plus que trois équations de la forme

$$\begin{aligned} -Y^0 &= \dots \varepsilon^4 \cdot {}^{-4}Z^0 X_{-4}^1 + \varepsilon^2 \cdot {}^{-2}Z^0 X_{-2}^1 + {}^0Z^0 X^0 \\ &\quad + \varepsilon^{-2} \cdot {}^2Z^0 X_{+2}^1 + \varepsilon^{-4} \cdot {}^4Z^0 X_{+4}^1 + \dots \\ &\quad + \sum_{e, n} \varepsilon^{-n} C^e y_n^e \eta^n \\ -Y^d &= \dots \varepsilon^4 \cdot {}^{-4}Z^d X_{-4}^0 + \varepsilon^2 \cdot {}^{-2}Z^d X_{-2}^0 + {}^0Z^d X^d \\ &\quad + \varepsilon^{-2} \cdot {}^2Z^d X_{+2}^0 + \varepsilon^{-4} \cdot {}^4Z^d X_{+4}^0 + \dots \\ &\quad + \sum_{e, n} \varepsilon^{-n} {}^{-n}C^e y_n^e \eta^{n+1} \\ -Y^1 &= \dots \varepsilon^4 \cdot {}^{-4}Z^1 X_{-4}^d + \varepsilon^2 \cdot {}^{-2}Z^1 X_{-2}^d + {}^0Z^1 X^1 \\ &\quad + \varepsilon^{-2} \cdot {}^2Z^1 X_{+2}^d + \varepsilon^{-4} \cdot {}^4Z^1 X_{+4}^d + \dots \\ &\quad + \sum_{e, n} \varepsilon^{-n} {}^n C^e y_n^e \eta^{n-1} \end{aligned} \quad (4-1)$$

où, d'une façon générale ${}^{-m}Z^u$ désigne le coefficient de X_{-m}^u dans l'équation en Y^u et où $\varepsilon = e^{j\psi}$, ψ étant l'angle de position du rotor par rapport à la phase « a » pour $t = 0$.

En principe, ces équations s'étendent indéfiniment de part et d'autre des termes centraux.

Par contre, n est impair; il ne reste donc que

$$\begin{aligned} n &= \pm 3 + 6k \text{ dans } Y^0, \\ n &= -1 + 6k \text{ dans } Y^d, \\ n &= +1 + 6k \text{ dans } Y^1. \end{aligned}$$

Tous les Z et tous les C sont des fractions rationnelles en p dont la complexité dépend du nombre de circuits rotoriques.

Les Z s'associent par deux ou par quatre à l'exception de ${}^0Z^0$ qui est isolé :

$$\begin{aligned} {}^0Z^d &\text{ est conjugué de } {}^0Z^1; \\ {}^{-2}Z^d &\text{ est conjugué de } {}^{+2}Z^1; \\ {}^{+2}Z^d &\text{ est conjugué de } {}^{-2}Z^1; \end{aligned}$$

on passe de $\frac{1}{p} + {}^{+2}Z^d$ à $\frac{1}{p} - {}^{-2}Z^0$ par transposition de p en $p - 2j\omega_2$, et de $\frac{1}{p} - {}^{-2}Z^1$ à $\frac{1}{p} + {}^{+2}Z^0$ par transposition de p en $p + 2j\omega_2$.

V. Remarque importante au sujet des X et des Y .

— Par leur définition même, X^d , X^1 et X^0 sont les composantes symétriques de x^a , x^b et x^c , c'est-à-dire les composantes symétriques des *transformées* de i^a , i^b et i^c , mais il est important de faire remarquer que *ce ne sont pas les transformées des composantes symétriques de i^a , i^b et i^c* .

Prenons, par exemple, un système triphasé, sinusoïdal équilibré

$$\begin{aligned} i^a &= I\sqrt{2} \sin(\omega t - \varphi) \text{ est représentée par } \overrightarrow{I}; \\ i^b &= I\sqrt{2} \sin\left(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) \text{ est représentée par } a^2\overrightarrow{I}; \\ i^c &= I\sqrt{2} \sin\left(\omega t - \varphi + \frac{2\pi}{3}\right) \text{ est représentée par } a\overrightarrow{I}. \end{aligned}$$

Par définition, les composantes $\tilde{I}^1$ et $\tilde{I}^0$ sont nulles et il ne reste que $\tilde{I}^d = \overrightarrow{I}$.

On a

$$\begin{aligned} x^a &= \frac{I\sqrt{2}}{2j} \frac{e^{-j\varphi}}{p - j\omega} - \frac{I\sqrt{2}}{2j} \frac{e^{j\varphi}}{p + j\omega}, \\ x^b &= \frac{I\sqrt{2}}{2j} \frac{a^2 e^{-j\varphi}}{p - j\omega} - \frac{I\sqrt{2}}{2j} \frac{a e^{j\varphi}}{p + j\omega}, \\ x^c &= \frac{I\sqrt{2}}{2j} \frac{a e^{-j\varphi}}{p - j\omega} - \frac{I\sqrt{2}}{2j} \frac{a^2 e^{j\varphi}}{p + j\omega}, \end{aligned}$$

d'où l'on déduit

$$\begin{aligned} X^0 &= \frac{1}{3} (x^a + x^b + x^c) = 0, \\ X^d &= \frac{1}{3} (x^a + ax^b - a^2x^c) = \frac{I\sqrt{2}}{2j} \frac{e^{-j\varphi}}{p - j\omega}, \\ \text{et } X^1 &= \frac{1}{3} (x^a + a^2x^b + ax^c) = \frac{I\sqrt{2}}{2j} \frac{e^{j\varphi}}{p + j\omega}; \end{aligned}$$

donc X^1 n'est pas nul; nous constatons, de plus que X^1 est conjugué de X^d et que x^a est égal à $X^d + X^1$.

On peut rechercher l'explication de cette anomalie. Les composantes symétriques ne partent pas des valeurs instantanées sinusoïdales, mais de la représentation de Fresnel, de ces grandeurs, représentation qui est déjà un symbolisme simplificateur. La transformation de Laplace n'est qu'un autre symbolisme plus général puisqu'il s'adresse à des fonctions quelconques et que, pour des fonctions sinusoïdales, il tient compte de la pulsation ω . Une fonction sinusoïdale peut être considérée, soit comme la *projection* sur une direction fixe, d'un vecteur tournant dans un sens à priori quelconque, mais pour lequel on a convenu de choisir le sens trigonométrique, soit aussi, comme la *somme* géométrique de deux vecteurs symétriques tournant en sens inverse. On peut dire que la représentation de Fresnel supprime l'un de ces vecteurs et immobilise l'autre à sa position initiale; tandis que la transformation de Laplace nous donne deux grandeurs

complexes conjuguées, celle en $\frac{1}{p - j\omega}$ correspond au vecteur

de Fresnel conservé et celle en $\frac{1}{p+j\omega}$ au vecteur supprimé.

Dans le cas d'un système de trois courants sinusoïdaux non équilibrés, i^a , i^b et i^c , il est facile d'interpréter X^0 , X^d et X^1 .

X^0 est la somme de trois systèmes de deux vecteurs conjugués, c'est donc aussi la somme de deux vecteurs conjugués, l'un en $\frac{1}{p-j\omega}$, l'autre en $\frac{1}{p+j\omega}$. X^0 n'est nul que si ces deux vecteurs sont nuls (puisque leur phase est fonction de p) et réciproquement; la composante en $\frac{1}{p-j\omega}$ de X^0 représente la composante homopolaire au sens usuel du mot.

X^d et X^1 sont conjugués, mais ne sont pas, séparément, la somme de quantités conjuguées; les termes en $\frac{1}{p-j\omega}$ de X^1 et en $\frac{1}{p+j\omega}$ de X^d sont plus ou moins éliminés, cette élimination n'étant complète qu'en cas d'équilibre.

C'est le terme en $\frac{1}{p-j\omega}$ de X^d qui représente la composante directe classique et celui en $\frac{1}{p-j\omega}$ de X^1 ou, ce qui revient au même, celui en $\frac{1}{p+j\omega}$ de X^d , qui représente la composante inverse.

Réciproquement, les remarques précédentes faciliteront l'interprétation des calculs en régime permanent.

Une quantité x s'obtiendra sous la forme

$$x = \sum_n \left[\frac{A(n)}{p-nj\omega} + \frac{B(n)}{p+nj\omega} \right]$$

où $A(n)$ et $B(n)$ sont, en général, des fonctions conjuguées de p . Cette forme correspond, immédiatement, à un développement en série trigonométrique; l'indice n est relatif à l'harmonique d'ordre n et ω est la pulsation fondamentale. Ce n'est qu'un cas particulier du théorème du développement d'Heaviside.

Considérons seulement le terme fondamental (chaque harmonique s'interpréterait, séparément, de même), soit alors

$$x = \frac{A(p)}{p-j\omega} + \frac{B(p)}{p+j\omega}.$$

Le vecteur de Fresnel représentant, en valeur efficace, la fonction sinusoïdale du temps, de pulsation ω , originale de x , est donné en grandeur et en phase par

$$\vec{T} = \sqrt{2} j A(j\omega);$$

c'est encore, au facteur $\sqrt{2}j$ près, le résidu de x pour le pôle $p = j\omega$.

Les mêmes relations existent entre les y et les $\vec{U}$, on en déduit que les coefficients des x dans les équations en y sont des impédances symboliques et, résultat classique, qu'elles s'identifient avec les impédances ordinaires lorsqu'on y fait

$$p = j\omega.$$

Interprétation physique de la transposition fonctionnelle de X en X_{+2n} . — X est une fonction analytique de la variable complexe p . Quand on passe de X à X_{2n} , les pôles de X subissent tous une translation uniforme $+2nj\omega$, tandis que les valeurs des résidus correspondants restent inchangés.

Si X correspond à une fonction sinusoïdale pure, harmonique d'ordre m de la fonction synchrone du mouvement, X_{+2n} correspond aux harmoniques d'ordres $|2n+m|$ et $|2n-m|$, l'un des deux termes disparaît, d'ailleurs, si on a affaire à une fonction polyphasée équilibrée.

Ainsi, les équations (4-1) permettent de lier entre eux les modules des différents harmoniques; et ceci s'étend aux régimes transitoires qui correspondent à des fonctions pseudo-périodiques amorties.

VI. Rotor lisse. — Dans le cas d'un groupe turboalternateur, du fait de l'uniformité de l'entrefer, il faut apporter quelques simplifications aux formules précédentes.

L'inductance mutuelle entre deux spires d'angles α et β ne dépend plus que de $\alpha - \beta$ et peut se mettre sous la forme

$$M_{ab} = \sum_r \mathfrak{M}_r \cos r(\alpha - \beta), \quad (6-1)$$

c'est-à-dire que, pour les éléments propres au stator, il faut faire $s = -r$.

A. Conséquences. — 1° Les éléments purement statoriques sont indépendants du temps;

2° Dans le système (3-4) les équations statoriques se simplifient; le caractère fonctionnel disparaît des variables statoriques.

Malheureusement, ces simplifications n'existent plus après l'élimination des variables rotoriques.

B. Cages régulières. — Dans le cas d'une cage régulière sur un rotor lisse, plutôt que de considérer le rotor comme une double somme de circuits longitudinaux ou transversaux, il est préférable de le mettre sous la forme d'un système polyphasé équilibré.

S'il y a q barres par paire de pôles, le rotor peut être considéré comme comportant q phases. Si h et k sont les numéros d'ordre de deux phases rotoriques leur inductance mutuelle est

$$M_{hk} = \sum_r \mathfrak{M}_r \cos r(h-k) \frac{2\pi}{q}$$

tandis qu'une inductance propre est

$$L_h = l_p + \sum_r \mathfrak{M}_r$$

On peut généraliser la notion de composantes symétriques en posant

$$qx^f = \sum_k \beta^{f(k-1)} x^k \quad \text{avec} \quad \beta = e^{j\frac{2\pi}{q}}.$$

En continuant les calculs comme au paragraphe III et après élimination des variables rotoriques, le résultat est particulièrement simple lorsque q est multiple de 3; l'étude de la machine est fractionnée en celle de trois systèmes indépendants respectivement homopolaire, direct et inverse.

Ainsi, l'assimilation d'une cage d'écureuil complète à un rotor triphasé équivalent, n'est possible, en toute rigueur, que si le nombre de barres par pôle est multiple de 3.

VII. Présence des encoches. — A. Encoches du rotor.

— Par construction, elles appartiennent à la forme du rotor qui conserve la symétrie par rapport aux axes polaires et interpolaire; elles rentrent dans le cadre de la théorie générale et provoqueront tout au plus, si elles sont régulièrement décalées, la majoration de certains termes.

B. Encoches du stator. — Elles viennent détruire la symétrie par rapport aux axes polaires. Reprenant le calcul de M_{ab} , on constate qu'il faut introduire une nouvelle variable angulaire caractéristique de la position du rotor par rapport à l'axe de symétrie d'une encoche (ou d'une dent); soit γ cet angle, soit aussi N_e le nombre d'encoches, par paires de pôles, il vient

$$M_{ab} = \sum_{r,s,v} \mathcal{M}_{r,s,v} \cos(r\alpha + s\beta + vN_e\gamma).$$

C. Conséquences. — **1. TERMES STATORIQUES.** — Dans les calculs du paragraphe II, $r + s$ doit être remplacé par $r + s + vN_e$. Pour $v = 0$, on retrouve tous les termes déjà examinés. Pour $v = 1$, on pourra assister à un renforcement des termes d'ordres N_e , $N_e \pm 2$, $N_e \pm 4$, etc... et de même pour $v = 2$, mais en général N_e est assez grand pour que ces termes soient négligeables.

2. ACTIONS MUTUELLES ENTRE LE STATOR ET LE ROTOR. — Le résultat est analogue: r doit être remplacé par $r + vN_e$ et nous assistons encore à un simple renforcement éventuel des termes d'ordres $N_e \pm 1$, $N_e \pm 3$, etc. Les termes $N_e \pm 1$ sont bien connus, dans la théorie classique des harmoniques de denture.

3. TERMES ROTORIQUES. — Les inductances, propres ou mutuelles, ne sont plus constantes, elles contiennent, en outre, des fluctuations de pulsation $vN_e\omega_r$. Des inductances mutuelles de mêmes pulsations apparaissent entre les circuits longitudinaux et les circuits transversaux. Les équations rotoriques sont maintenant fonctionnelles par rapport aux variables rotoriques.

On ne peut plus tirer les x rotoriques pour les porter dans les équations statoriques. La complication est, théoriquement, très grave. Par contre, l'expérience paraît prouver que le courant d'excitation ne contient pas, de façon appréciable, de termes dont la fréquence corresponde à l'influence des encoches. De plus, tous les artifices adoptés pour neutraliser les harmoniques de denture auront une influence sur les fluctuations des inductances mutuelles rotoriques. C'est pourquoi, faute de mieux, nous négligeons la complication introduite par les variations des inductances rotoriques, et, dans ces conditions, les équations des paragraphes précédents peuvent tenir compte des encoches, les majorations possibles de l'ordre de grandeur de certains termes pouvant être très atténuées par le jeu des coefficients de bobinage.

VIII. Matrices simplifiées. — La matrice générale complète est théoriquement infinie, elle est d'un emploi pénible dans le cas le plus fréquent où les X sont les inconnues, les solutions ne peuvent s'obtenir que par approximations successives. Les modules des Z décroissent rapidement quand on s'écarte de la colonne centrale. Il est donc intéressant de considérer des matrices simplifiées dont la complexité croît avec le nombre des termes conservés. Les deux premières correspondent aux théories classiques, la troisième introduit des propriétés nouvelles qui peuvent se vérifier expérimentalement.

De même chaque Z est une somme de fractions rationnelles d'importance décroissante, on ne gardera que les premières.

A. Première forme. — On a

$$\begin{aligned} - Y^0 &= Z^0 X^0 - Y^0 \text{ (à vide)} \\ - Y^d &= Z^d X^d - Y^d \text{ (à vide)} \\ - Y^i &= Z^i X^i - Y^i \text{ (à vide)}. \end{aligned} \quad (8-1)$$

C'est la forme la plus simple, non fonctionnelle et « diagonalisée ».

B. Deuxième forme. — On a

$$\begin{aligned} - Y^0 &= Z^0 X^0 - Y^0 \text{ (à vide)} \\ - Y^d &= \varepsilon^2 Z^d X^d - Y^d \text{ (à vide)} \\ - Y^i &= Z^i X^i + \varepsilon^{-2} Z^i X^d - Y^i \text{ (à vide)} \end{aligned} \quad (8-2)$$

Cette forme correspond exactement aux hypothèses de la double réaction de Blondel dans le cas d'un amortissement nul ou insuffisant.

C'est elle qui sert de cadre aux travaux de l'école de Park.

Après transposition de p en $p + j\omega_r$ ou $p - j\omega_r$, cette matrice peut s'écrire, avec quelques simplifications de notations

$$\begin{aligned} - Y^0 &= Z^0 X^0 \\ - Y^d &= \varepsilon^2 B X^d + A X^d + \varepsilon C y^e + \varepsilon D y^i + \varepsilon F y^t \\ - Y^i &= A^* X^d + \varepsilon^{-2} B^* X^d + \varepsilon^{-1} C^* y^e + \varepsilon^{-1} D^* y^i + \varepsilon^{-1} F^* y^t \end{aligned} \quad (8-3)$$

en admettant qu'il n'existe que trois circuits rotoriques.

A, B, C, D et F sont des fonctions de p et $A^*, B^*, \dots$ les fonctions conjuguées:

y^e et y^t qui ne dépendent que de l'état initial, sont deux constantes, pour un problème donné, et très souvent ces constantes sont nulles.

C. Troisième forme. — Les formes précédentes sont insuffisantes pour justifier l'apparition d'harmoniques 3 ou d'ordre supérieurs à 3 dans un *fonctionnement équilibré* en régime permanent.

En se reportant au tableau (4-1) et à l'étude sur la symétrie des coefficients, on constate que la forme (8-2) ne conserve que le coefficient isolé de X^0 dans Y^0 et les deux premières paires: celle de X^d dans Y^d et de X^i dans Y^i et celle de X^d dans Y^i . Essayons de leur adjoindre la première quarte, avec X^i et X^d dans Y^0 , X^0 dans Y^d et X^d dans Y^i , ce qui revient à réduire le tableau (4-1) à un tableau carré.

De même, après élimination des variables rotoriques conservons les termes en y^e dans Y^0 , ce sont eux qui font apparaître l'harmonique 3 de tension à vide, tandis que les termes en X^d et X^i de Y^0 font apparaître l'harmonique 3 dans la tension en charge. Nous avons ainsi le système

$$\begin{aligned} - Y^0 &= \varepsilon^2 Z^0 X^d + Z^0 X^0 \\ - Y^d &= \varepsilon^2 Z^d X^d + Z^d X^d + \varepsilon^{-2} Z^d X^i + \varepsilon C_{-1} y^e + \varepsilon D_{-1} y^i + \varepsilon F_{-1} y^t \\ - Y^i &= \varepsilon^{-2} Z^i X^0 + Z^i X^d + \varepsilon^{-2} Z^i X^d + \varepsilon C_{+1} y^e + \varepsilon D_{+1} y^i + \varepsilon F_{+1} y^t \end{aligned} \quad (8-4)$$

D. Cas d'un rotor en cage d'écureuil. — Le plus souvent, le nombre q de phases rotoriques est assez grand pour que l'on puisse négliger les transpositions $\pm q$ ou d'ordres supérieurs. La première forme est alors rigoureusement valable. Ainsi, même en tenant compte des harmoniques de force magnétomotrice, un rotor à cage est plus simple qu'un rotor triphasé, avec une approximation d'autant meilleure que le nombre de barres est plus grand.

IX. Passage des variables o-d-i aux variables l-t-o.

— Yu-H. Ku s'est déjà livré à ce travail en 1937 [125], mais ses calculs ne sont pas à l'abri des critiques. Il part des valeurs instantanées des grandeurs statoriques et obtient la composante *longitudinale* en sommant les produits de chaque variable statorique par le cosinus de l'angle de position *instantanée* correspondant du rotor, avec un procédé analogue pour la composante transversale. Une troisième composante est la composante *homopolaire*; or, elle n'est déjà pas de la même nature que les deux précédentes.

Pour pouvoir généraliser à plus de trois phases, Yu-H Ku. imagine de nouvelles composantes qui s'apparentent davantage aux composantes symétriques puisque, comme pour la composante homopolaire, les coefficients sont des constantes indépendantes de la position du rotor.

Enfin, pour obtenir les composantes symétriques, le même auteur part des valeurs instantanées et les affecte des coefficients complexes classiques. C'est là le point délicat. Il en résulte la forme anormale de certains termes de la matrice de transformation.

La transformation de Laplace permet de traiter rigoureusement ce problème. Conservons toutes les notations précédentes et posons, pour alléger l'écriture

$$\omega_r t + \psi = \theta.$$

Soient i^a , i^b , i^c les valeurs instantanées, nous pouvons écrire

$$\begin{aligned} 3 i^0 &= i^a + i^b + i^c, \\ i^l &= i^a \cos \theta + i^b \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) + i^c \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right), \\ i^t &= i^a \sin \theta + i^b \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) + i^c \sin \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right). \end{aligned} \quad (9-1)$$

D'où l'on tire, réciproquement

$$\begin{aligned} i^a &= \frac{2}{3} i^l \cos \theta + \frac{2}{3} i^t \sin \theta + i^0, \\ i^b &= \frac{2}{3} i^l \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) + \frac{2}{3} i^t \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) + i^0, \\ i^c &= \frac{2}{3} i^l \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) + \frac{2}{3} i^t \sin \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) + i^0. \end{aligned} \quad (9-2)$$

Les méthodes de calcul déjà exposées donnent

$$\begin{aligned} X^1 &= \frac{3}{2} \varepsilon^{-1} X^d_{+1} + \frac{3}{2} \varepsilon X^t_{-1}, \\ X^t &= \frac{3}{2} j \varepsilon^{-1} X^d_{+1} - \frac{3}{2} j \varepsilon X^t_{-1}. \end{aligned} \quad (9-3)$$

et, réciproquement

$$\begin{aligned} 3 X^d &= \varepsilon X^1_{-1} - j \varepsilon X^t_{-1}, \\ 3 X^t &= \varepsilon^{-1} X^1_{+1} + j \varepsilon^{-1} X^t_{+1}. \end{aligned} \quad (9-4)$$

Des relations identiques existent entre les Y .

Appliquons ces transformations à la matrice simplifiée (8-2) avant l'élimination des variables rotoriques, nous obtenons la matrice (9-5) où ϖ est un coefficient numérique qui caractérise la présence des pôles saillants.

	X^1	X^t	X^0	x^0	x^1	x^t
$-Y^1$	$R_1 + p(1 + \varpi) \mathcal{L}_1$	$\omega_r (1 - \varpi) \mathcal{L}_1$	0	$\frac{3}{2} p \mathcal{M}_{e1}$	$\frac{3}{2} p \mathcal{M}_{l1}$	$\frac{3}{2} \omega_r \mathcal{M}_{t1}$
$-Y^t$	$-\omega_r (1 + \varpi) \mathcal{L}_1$	$R_1 + p(1 - \varpi) \mathcal{L}_1$	0	$-\frac{3}{2} \omega_r \mathcal{M}_{e1}$	$-\frac{3}{2} \omega_r \mathcal{M}_{l1}$	$\frac{3}{2} p \mathcal{M}_{t1}$
$-Y^0$	0	0	$R_1 + p l_0$	0	0	0
y^e	$p \mathcal{M}_{e1}$	0	0	$R_e + p L_e$	$p \mathcal{M}_{e1}$	0
y^l	$p \mathcal{M}_{l1}$	0	0	$p \mathcal{M}_{e1}$	$\mathcal{M}_{l1} + p \mathcal{L}_1$	0
y^t	0	$p \mathcal{M}_{t1}$	0	0	0	$\mathcal{R}_t + p \mathcal{L}_t$

En apparence, cette matrice est plus simple que celle dont elle dérive puisqu'elle n'a plus l'écriture fonctionnelle, mais en fait, c'est aussi le cas de (8-2) si l'on considère $Y^d_{+1} Y^t_{-1} X^d_{+1}$ et X^t_{-1} comme les variables véritables et, dans un cas comme dans l'autre, *cette simplification est illusoire*. En effet : pour résoudre un problème général, il faut ajouter aux équations de la machine des relations entre les transformées X et Y , ces relations sont données par le réseau sur lequel la machine est branchée ; elles sont de la forme

$$\begin{aligned} Y^0 &= \omega_r^0 X^0 + \omega_r^d X^d + \omega_r^t X^t, \\ Y^d &= \omega_r^d X^0 + \omega_r^d X^d + \omega_r^t X^t, \\ Y^t &= \omega_r^t X^0 + \omega_r^d X^d + \omega_r^t X^t. \end{aligned} \quad (9-6)$$

D'où l'on peut déduire $Y^1 Y^t$ et Y^0 en fonction de X^1, X^t et X^0 par les formules (9-3), mais ces relations sont alors fonctionnelles sauf dans le cas très particulier où la matrice des relations (9-6) se réduit à la forme diagonale, c'est-à-dire pour un fonctionnement équilibré.

L'aspect même de la matrice (9-5) suggère une remarque qui, bien que classique, est assez importante pour pouvoir être rappelée. Cette matrice est nettement dyssymétrique ; c'est que l'utilisation des variables ramenées aux axes du rotor met en évidence la distinction entre les forces électromotrices *statiques* dues aux *variations* d'un flux et que nous reconnaitrons à la présence du facteur p , et les forces électromotrices *dynamiques* dues au *mouvement* du flux et caractérisées par la présence du facteur ω_r . Un flux longitudinal induit, par variations, une force électromotrice longitudinale et, par mouvement, une force électromotrice transversale.

Enfin, les tensions rotoriques ne peuvent pas contenir de termes dynamiques, d'où l'absence du facteur ω_r .

X. Amortissements linéaire et optimum. — Considérons tout d'abord la forme (8-3). Il existe une possibilité d'achèvement théorique des calculs, c'est le cas où B et B^* sont identiquement nuls. Alors, les équations cessent d'être fonctionnelles et les problèmes correspondants sont entièrement résolubles quel que soit l'état de déséquilibre du réseau aux bornes de la machine. En régime permanent les courants et les tensions restent toujours sinusoïdaux puisque les seuls pôles des racines sont ceux de $y^e \pm 1$ c'est-à-dire $p = \pm j \omega_r$.

La condition $B = 0$, qui entraîne automatiquement $B^* = 0$, représente donc l'ensemble des relations qui doivent exister entre les éléments de la machine pour que l'amortisseur fonctionne en « étouffeur d'harmoniques », c'est une amélioration sur l'hypothèse trop restrictive de Boucherot [35] qui suppose un amortisseur purement transversal identique à l'inducteur et sur les hypothèses équivalentes de Dreyfus [76] et de Bekku [7].

Dans le cas le plus simple, B se présente, au facteur $p + j \omega_r$ près, comme une fraction rationnelle en p dont le numérateur est du troisième degré, et qui ne peut être identiquement nul que si quatre conditions différentes sont satisfaites simultanément. Ces conditions font intervenir les résistances et les inductances propres des trois circuits rotoriques, les divers coefficients de dispersion et la constante ϖ .

L'examen de ces quatre conditions prouve que l'amortisseur

longitudinal en se superposant au bobinage inducteur, non seulement n'apporte aucune aide, mais au contraire, contre-carre le rôle de l'amortisseur transversal dans la recherche de l'amortissement linéaire.

Il serait intéressant d'envisager la réalisation d'alternateurs sans amortissement longitudinal dans le cas de fonctionnements fortement déséquilibrés et surtout monophasés. On pourrait, par exemple, sectionner les cages suivant les axes des pôles, à la condition de s'assurer de la bonne tenue mécanique des divers fragments, et après avoir vérifié que cela n'entraîne pas de conséquences fâcheuses sur l'amortissement des oscillations pendulaires, ce qui pourra faire l'objet d'une étude ultérieure.

Pour les alternateurs à pôles saillants, la condition $\varpi = 0$ est impossible à réaliser. On peut examiner le cas où les trois autres conditions sont remplies, l'alternateur présente alors, et toujours du point de vue de l'étouffement des harmoniques, l'amortissement optimum. Dans ces conditions, le quotient B/A est une fonction de p dont le module devient très rapidement négligeable devant l'unité quand p croît en valeur imaginaire. Dans l'étude du régime permanent, p ne peut prendre que les valeurs zéro et $\pm nj\omega_r$ et l'on peut poser $B(p) = 0$ sauf pour $p = 0$, il en résulte encore une élimination complète des harmoniques.

Si on veut généraliser ces conclusions à des formes moins simples que (8-3), la multiplication des paramètres rend la discussion délicate.

Si on considère la forme résumée par le tableau (8-4), la remarque sur la symétrie des coefficients montre que les coefficients des quatre termes nouveaux s'annulent pour les mêmes conditions et que, là aussi, il faudra en général se contenter d'un amortissement optimum.

XI. Impédances opérationnelles. — Cette notion se présente sans aucune ambiguïté lorsque la matrice caractéristique a la forme diagonale. C'est le cas, par exemple, de l'amortissement linéaire dans le cadre des hypothèses du paragraphe X. L'impédance opérationnelle interne de la machine est $A(p)$, il faut y joindre une impédance homopolaire particulièrement simple $R_1 + pL_0$. C'est aussi le cas d'une machine à rotor en cage telle que l'on puisse négliger les termes en X_{kq} dès que k est différent de zéro.

Nous allons montrer qu'en dehors de ces cas simples, il n'existe pas de définitions possibles d'une impédance opérationnelle et, tout d'abord, qu'il n'existe pas d'autre cas intéressant de forme diagonale. En effet, est-il possible de trouver une quantité ξ telle que $Y_{d+1} = \xi Y_{1-1}$ puisse se mettre sous la forme $Z(X_{d+1} + \xi X_{1-1})$ en nous désintéressant des termes en C_{ϵ}^2 et en partant toujours des équations (8-3) ? la substitution donne

$$-Y_{d+1} = \xi Y_{1-1} = (A + \xi B^* \epsilon^{-2}) X_{d+1} + (B \epsilon^2 + \xi A^*) X_{1-1}$$

il faut donc que l'on ait

$$(A + \xi B^* \epsilon^{-2}) + \xi(B \epsilon^2 + \xi A^*) = 0 \quad (11-1)$$

d'où l'équation en ξ

$$B^* \epsilon^{-2} \xi^2 + (A + B \epsilon^2) \xi + A^* = 0$$

Cette équation a, en général, deux solutions ξ_1 et ξ_2 qui donnent deux combinaisons linéaires auxquelles correspondent les deux impédances $A + \xi_1 B^* \epsilon^{-2}$ et $A + \xi_2 B^* \epsilon^{-2}$ mais ξ est une fonction de p , ce qui ôte tout caractère physique à la transformation correspondante, sauf si $B = 0$ et l'on retrouve alors les résultats précédents, car $B = 0$ entraîne $\xi = 0$, d'où

$$Z(p) = A.$$

Dans le cas d'une matrice carrée non diagonale, il semblerait que l'on puisse parler encore d'impédance quand les variables sont indépendantes. Par exemple pour la matrice

(9-5), après élimination des variables rotoriques, l'impédance opérationnelle longitudinale Z^1 serait le coefficient de X^1 dans $-Y^1$ et de même pour Z^t . Par contre X^d et X^1 ne sont pas indépendants puisque nous savons qu'en régime permanent ces deux quantités sont conjuguées. On ne peut donc pas considérer A et A^* comme les impédances opérationnelles de la forme (8-3).

Puisque X_{d+1}^d et X_{1-1}^1 sont conjuguées en régime permanent, on peut essayer de poser

$$\begin{aligned} X_{d+1}^d &= X^R + jX^I \\ X_{1-1}^1 &= X^R - jX^I \end{aligned} \quad (11-2)$$

d'où l'on tire

$$\begin{aligned} X^R &= \frac{1}{2} (X_{d+1}^d + X_{1-1}^1) \\ X^I &= \frac{j}{2} (X_{d+1}^d - X_{1-1}^1) \end{aligned} \quad (11-3)$$

On peut généraliser cette nouvelle transformation au cas d'un régime non forcément permanent, ce qui permet d'écrire

$$Z^R = \frac{1}{2} (A + A^* + B \epsilon^2 - B^* \epsilon^{-2})$$

$$\text{et} \quad Z^I = \frac{j}{2} (A - A^* - B \epsilon^2 - B^* \epsilon^{-2})$$

alors que l'on avait

$$Z^1 = \frac{1}{2} (A + A^* + B + B^*)$$

$$\text{et} \quad Z^t = \frac{1}{2} (A + A^* - B - B^*).$$

Il y a la plus grande analogie, mais Z^I et Z^t pris par rapport aux axes rotoriques ne font pas intervenir ϵ c'est-à-dire la position initiale ψ , contrairement à Z^R et Z^1 qui en tiennent compte. Ainsi Z^I et Z^t sont les extrêmes de Z^R et Z^1 quand ψ varie.

Les quantités Z^I et Z^t paraissent rejoindre les définitions de Waring et Cray [225] en cela qu'elles permettent le calcul des réactances subtransitoires et transitoires, longitudinales et transversales. Mais il est important de remarquer qu'elles ne donnent pas les valeurs synchrones. Dans le régime synchrone le seul pôle qui apparaît dans les équations (8-3) ou (9-5) est $p = 0$, or $Z_{10}^1 = R_1$. D'ailleurs Waring et Cray ont eu bien soin de ne pas chercher l'impédance synchrone et on peut constater que leurs calculs conduisent, tout au plus à une inductance opérationnelle puisqu'ils prennent le quotient d'un flux par une intensité ; il en est de même pour les réactances transitoires qui ne sont en réalité que des inductances et c'est pourquoi elles gardent une valeur finie pour $p = \infty$. Il y a là une regrettable confusion de langage due certainement à la malencontreuse réduction de l'unité de temps, telle que $\omega_r = 1$.

Ces conclusions s'étendent aux grandeurs en R et I , ce qui permet d'étendre la notion d'inductance opérationnelle à d'autres directions que celles des axes polaires et interpolaires.

XII. Constantes de temps en régime équilibré.

— Une solution en X ou en Y étant mise sous forme opérationnelle, c'est-à-dire fonction de p , les constantes de temps sont les inverses des parties réelles changées de signe des pôles de cette fonction.

Soit par exemple, un court-circuit triphasé équilibré sur un état de régime permanent équilibré, les équations (8-3) permettent d'écrire

$$\begin{aligned} A X_{d+1}^d + B \epsilon^2 X^1 &= -C Y_{\epsilon}^e \\ B^* \epsilon^{-2} X_{d+1}^d + A^* X^1 &= -C^* Y_{\epsilon}^{e-1} \end{aligned}$$

et $X^0 = 0$ car y^1, y^t et Y^0 sont identiquement nuls.

On en tire

$$X_{d+} = \frac{C^* y^e B z^{-1} - C y^e A^* z}{AA^* - BB^*}$$

Les différents pôles de X_{d+} sont les pôles de y^e et les zéros de $AA^* - BB^*$.

Les pôles de A^* , B , C et C^* s'éliminent dans la fraction.

On voit ainsi apparaître :

a) les zéros du déterminant de la matrice principale d'où l'on tire les constantes de temps subtransitoires et transitoires ;

b) les pôles de y^e qui donnent, outre le régime permanent $p = 0$, les constantes de temps du système alimentant l'excitation.

S'il est impossible de donner une expression générale rigoureuse des racines des polynômes en p , les méthodes classiques permettent, par contre, d'avoir ces racines avec toute la précision désirable dans un cas numérique donné. D'autre part, dans le cas général, on peut donner des formules approchées qui pourront être des points de départ simples pour la recherche des valeurs numériques précises.

Dans le cadre des équations (8-3), $AA^* - BB^*$ est un polynôme du cinquième degré.

Deux des racines sont conjuguées, leur partie commune est voisine de

$$T_1 = -\frac{R_1}{2} \left[\frac{1}{\mathfrak{L}_1(1 + \pi)} \cdot \frac{1}{\sigma_g} + \frac{1}{\mathfrak{L}_1(1 - \pi)} \cdot \frac{1}{\sigma_{11}} \right]; \quad (12-1)$$

les quantités entre crochets sont les inverses des inductances subtransitoires longitudinales et transversales.

Les trois autres racines sont réelles et donnent des valeurs voisines de

$$\begin{aligned} T_2 &= \frac{1}{\tau_{1e}} \cdot \frac{1}{R_e} + \tau_{11} \cdot \frac{1}{\mathfrak{R}_1} \\ T_3 &= \frac{1}{\tau_{1e}} \cdot \frac{1}{R_e} + \tau_{11} \cdot \frac{1}{\mathfrak{R}_1} \\ T_4 &= \frac{1}{\tau_{1e}} \cdot \frac{1}{R_e} + \tau_{11} \cdot \frac{1}{\mathfrak{R}_1} \end{aligned} \quad (12-2)$$

Dans le fonctionnement à circuit induit ouvert apparaissent les racines du déterminant rotorique, c'est-à-dire :

$(\mathfrak{R}_t + p\mathfrak{L}_t)[\sigma_{e1}\mathfrak{L}_e p^2 + (R_e\mathfrak{L}_1 + \mathfrak{R}_e L_e)p + R_e\mathfrak{R}_1] = 0$ soit, sensiblement

$$\begin{aligned} T_{01} &= \frac{1}{\mathfrak{L}_1} \cdot \frac{1}{T_{02}} = \frac{1}{\sigma_{e1}} \left(\frac{R_e}{L_e} + \frac{\mathfrak{R}_1}{\mathfrak{L}_1} \right) \\ T_{03} &= \frac{1}{L_e} + \frac{1}{\mathfrak{R}_1} \cdot \frac{1}{\mathfrak{L}_1} \end{aligned} \quad (12-3)$$

et

Les deux dernières racines s'obtiennent en remarquant que σ_{e1} étant inférieur à 1/10, le rapport des deux racines est supérieur à 40, on confond alors la plus grande avec la somme et la plus petite avec le quotient du produit par la somme.

$$\left\{ \begin{array}{cc|cc|cc} \frac{\sqrt{1-\sigma}}{2} (p - 2j\omega_r)\varepsilon & \frac{R}{L} + p - 2j\omega_r & \frac{\sqrt{1-\sigma}}{2} (p - 2j\omega_r)\varepsilon^{-1} & - & & \\ & \frac{\sqrt{1-\sigma}}{2} (p - j\omega_r)\varepsilon & \frac{r}{l} + p - j\omega_r & \frac{\sqrt{1-\sigma}}{2} (p - j\omega_r)\varepsilon^{-1} & & \\ & - & \frac{\sqrt{1-\sigma}}{2} p\varepsilon & \frac{R}{L} + p & \frac{\sqrt{1-\sigma}}{2} p\varepsilon^{-1} & \\ - & - & - & \frac{\sqrt{1-\sigma}}{2} (p + j\omega_r)\varepsilon & \frac{r}{l} + p + j\omega_r & \end{array} \right\} \quad (13-3)$$

(4) Voir, par exemple : E. GOURSAT *Cours d'analyse mathématique*, t. II, paragraphes 416 et 423, p. 492 et 512 (5^e édition de 1929).

XIII. Constantes de temps de l'alternateur monophasé non amorti. — Les calculs du paragraphe XII ne sont valables que pour un fonctionnement polyphasé équilibré. Dans le cas de l'alternateur monophasé, non amorti, à rotor lisse, est-il encore possible de calculer les constantes de temps du régime transitoire ?

On pourrait essayer la méthode suivante :

Adoptons les mêmes hypothèses qu'au début du paragraphe VIII ; soient R et L les éléments, constants, de l'induit, r et l ceux de l'inducteur. Le rotor étant lisse, l'inductance mutuelle entre le stator et le rotor s'écrit

$$M = M_0 \cos(\omega_r t + \psi)$$

avec

$$M_0 = 1 - \sigma L l.$$

Les équations de court-circuit sont

$$\begin{cases} RI + \frac{d}{dt}(LI + Mi) = 0, \\ ri + \frac{d}{dt}(li + MI) = E, \end{cases} \quad (13-1)$$

où par exception I désigne la valeur instantanée du courant dans l'induit et i celle dans l'inducteur ; E représente la tension d'alimentation, supposée constante, du circuit d'excitation.

Les théorèmes classiques sur les équations à coefficients périodiques (1) démontrent qu'il n'y a ici que deux constantes de temps, alors que les racines ont un nombre infini de pôles, c'est-à-dire que les parties réelles de ces pôles ne peuvent prendre que deux valeurs différentes, tandis que les parties imaginaires sont des multiples entiers de $j\omega_r$.

La transformation de Laplace appliquée aux équations (13-1) donne

$$\begin{cases} (R + pL)X + \frac{1}{2} p M_0 (\varepsilon x_{-1} + \varepsilon^{-1} x_{+1}) = Y, \\ \frac{1}{2} p M_0 (\varepsilon X_{-1} + \varepsilon^{-1} X_{+1}) + (r + pl)x = y \end{cases} \quad (13-2)$$

en affectant les grandes lettres aux grandeurs « induit » et les petites à celles de l'inducteur.

Transposons la seconde équation pour faire apparaître x_{-1} et x_{+1} , il vient

$$\frac{1}{2} (p - j\omega_r) M_0 (\varepsilon X_{-2} + \varepsilon^{-1} X) + [r + (p - j\omega_r)l]x_{-1} = y_{-1}$$

et

$$\frac{1}{2} (p + j\omega_r) M_0 (\varepsilon X + \varepsilon^{-1} X_{+2}) + [r + (p + j\omega_r)l]x_{+1} = y_{+1},$$

il nous faut maintenant faire apparaître X_{-2} et X_{+2} par deux transpositions de la première équation, mais ces transpositions font, à leur tour, apparaître x_{-3} et x_{+3} et ainsi de suite, l'ensemble pouvant se résumer après quelques transformations simples par la matrice infinie :

Cette matrice ne comporte que la diagonale principale encadrée par deux lignes parallèles contiguës, et se prolonge indéfiniment dans les deux sens.

En écrivant que les zéros du déterminant de cette matrice (c'est-à-dire les pôles de X et x) doivent être de la forme

$$-\alpha \pm (2n + 1) j\omega_r \text{ ou } -\beta \pm 2n j\omega_r,$$

on devrait pouvoir calculer α et β et leurs inverses qui sont les deux constantes de temps cherchées. Malheureusement, il ne paraît pas possible, pour le moment, de passer, par récurrence, d'un déterminant limité au déterminant ∞ .

Par contre, j'ai pu reprendre le calcul de α et de β en marge de l'étude des régimes permanents (paragraphe XVI).

XIV. Fonctionnement en régime permanent.

Régime équilibré. — En régime permanent, le choix de l'origine des temps est indifférent, on peut, par exemple, prendre nulle la phase de $\vec{I}$ pour un débit sinusoïdal.

Soit donc, dans le cadre des écritures (8-1 à 8-3), la machine débitant le courant $\vec{I}$ sinusoïdal synchrone, on a

$$X_{+}^{d+} = \frac{I\sqrt{2}}{2jp} \quad \text{et} \quad X_{-}^{d-} = \frac{-I\sqrt{2}}{2jp}$$

$$\text{d'où} \quad -Y_{+}^{d+} = \frac{I\sqrt{2}}{2jp} (A - B\varepsilon^2) + Cy^0\varepsilon. \quad (14-1)$$

le seul pôle de régime permanent est ici $p = 0$.

Cy^0 représente la tension à vide pour la même excitation. Les tensions à vide et en charge restent sinusoïdales

$$Cy^0\varepsilon = -\frac{E\sqrt{2}\varepsilon}{2jp} \quad Y_{+}^{d+} = \frac{\vec{U}\sqrt{2}}{2jp}.$$

L'impédance synchrone interne est $A_0 - B_0\varepsilon^2$, où

$$A_0 = R_1 + j\omega_r \mathcal{L}_1$$

$$\text{et} \quad B_0 = j\omega_r \mathcal{L}_1 \pi_1$$

sont les valeurs de A et de B pour $p = 0$.

La première forme (8-1) redonne le diagramme de Behn-

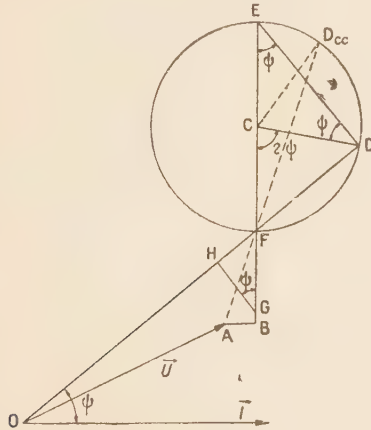


Fig. 3. — Diagramme du fonctionnement.

Eschenburg et la deuxième (8-3), le diagramme de Blondel dans le cas de non-saturation.

On a (fig. 3)

$$O\vec{A} = \vec{U}, \quad A\vec{F} = A_0 I, \quad C\vec{D} = B_0 \varepsilon^2 I, \quad O\vec{D} = E \varepsilon,$$

$$\text{d'où} \quad \pi = \frac{FC}{BC}.$$

Si s est la réactance de fuites, portons $B\vec{G} = jsI$.

La réactance transversale τ est donc

$$\tau = (1 - \pi) \mathcal{L}_1 \omega_r - s.$$

De même, la réactance longitudinale totale est

$$S_1 = (1 + \pi) \mathcal{L}_1 \omega_r.$$

A. Court-circuit. — On a $OA = 0$, D vient en D_{cc} .

L'impédance non saturée de court-circuit, c'est-à-dire l'impédance de Behn-Eschenburg s'écrit

$$Z_{cc} = \frac{R_1^2 + \omega_r^2 \mathcal{L}_1^2 (1 - \pi^2)}{R_1 - j\omega_r \mathcal{L}_1 (1 - \pi)}. \quad (14-2)$$

Si R_1^2 est très petit devant $\omega_r^2 \mathcal{L}_1^2 (1 - \pi)^2$ on a, très sensiblement

$$Z_{cc} = R_1 \frac{1 + \pi}{1 - \pi} + j\omega_r \mathcal{L}_1 (1 + \pi). \quad (14-2 \text{ bis})$$

B. Régime asynchrone. — La machine tourne à la vitesse bipolaire ω_r et est parcourue par un système équilibré de courants sinusoïdaux de pulsation ω ; posons, comme c'est classique

$$\omega_r = (1 - g)\omega$$

il vient

$$X_{+}^{d+} = \frac{I\sqrt{2}}{2j(p - jg\omega)} \quad \text{et} \quad X_{-}^{d-} = \frac{-I\sqrt{2}}{2j(p + jg\omega)}$$

les pôles de Y_{+}^{d+} sont maintenant $p = \pm jg\omega$, et ceux de Y_{-}^{d-} sont $j\omega$ et $j\omega(1 - 2g)$.

Il va être la somme de deux tensions sinusoïdales, l'une de pulsation ω , l'autre de pulsation $\omega(1 - 2g)$; cette somme présente des battements de pulsation $2g\omega$.

Si l'on pouvait négliger l'influence de g sur les valeurs de A et de B qui resteraient alors A_0 et B_0 , les valeurs extrêmes de l'impédance de glissement seraient

$$(R_1 + j\omega \mathcal{L}_1) (1 - \pi) \quad \text{et} \quad (R_1 + j\omega \mathcal{L}_1) (1 + \pi),$$

d'où l'on pourrait déduire τ ; malheureusement, c'est au voisinage de $p = 0$ que A et B varient le plus rapidement et cela entraînera des corrections à apporter à la mesure de la réactance transversale par ce procédé.

Plaçons-nous maintenant dans le cadre des hypothèses ayant permis d'écrire le système (8-4) et examinons, par exemple, le cas du court-circuit. Il y a deux situations possibles, non équivalentes, pour une machine montée en étoile, suivant que le point neutre de l'étoile est isolé du court-circuit ou lui est franchement relié. Dans le premier cas, la

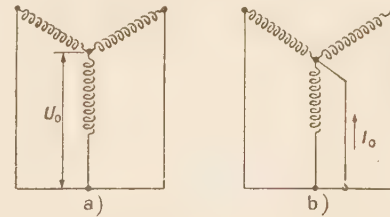


Fig. 4. — Schémas correspondant aux deux situations de la machine montée en étoile : a) avec point neutre isolé ; b) avec point neutre relié au court-circuit.

composante homopolaire des courants est nulle mais une tension homopolaire peut apparaître entre le neutre et le court-circuit. C'est l'inverse qui se produit dans le second cas (fig. 4).

1° Cas a — X^0 est nul : les deux équations en Y_{+}^{d+} et Y_{-}^{d-} restent valables, les courants demeurent sinusoïdaux et égaux au quotient de la tension à vide par l'impédance de court-circuit (14-2). Par contre, l'équation en Y^0 devient

$$-Y^0 = -2Z^0 X_{-}^{d-} + 2Z^0 X_{+}^{d+}$$

ce qui permet de calculer Y^0 qui correspond à une tension U^0 harmonique d'ordre 3.

2° Cas b. — Les trois équations (8-4) donnent

$$\begin{cases} 0 = -2Z^0 X^d_{-2} + {}^0Z^0 X^0 + {}^{+2}Z^0 X^1_{+2} \\ 0 = -2Z^d X^1_{-2} + {}^0Z^d X^d + {}^{+2}Z^d X^0_{+2} + C_{-1} y^{e-1} \\ 0 = -2Z^1 X^0_{-2} + {}^0Z^1 X^1 + {}^{+2}Z^1 X^d_{+2} + C^*_{-1} y^{e+1}. \end{cases} \quad (14-3)$$

Les courants ne sont plus sinusoïdaux, mais peuvent être développés en séries de Fourier, soit :

$$I_1 \text{ et } \varphi_1, \quad I_3 \text{ et } \varphi_3, \quad I_5 \text{ et } \varphi_5, \quad I_7 \text{ et } \varphi_7, \quad \text{etc.}$$

la valeur efficace et la phase de chacun des harmoniques de courant i_a . On peut calculer X^0 , X^d et X^1 , il vient

$$X^0 = \left\{ \begin{array}{l} \frac{I_3 \sqrt{2} e^{-j\varphi_3}}{2j(p - 3j\omega_r)} - \frac{I_3 \sqrt{2} e^{+j\varphi_3}}{2j(p + 3j\omega_r)} \\ + \text{termes analogues en } I_9, I_{15}, \text{ etc.} \end{array} \right\} \quad (14-4)$$

$$X^d = \left\{ \begin{array}{l} \frac{I_1 \sqrt{2} e^{-j\varphi_1}}{2j(p - j\omega_r)} - \frac{I_5 \sqrt{2} e^{-j\varphi_5}}{2j(p + 5j\omega_r)} \\ \frac{I_7 \sqrt{2} e^{-j\varphi_7}}{2j(p - 7j\omega_r)} \dots \text{etc} \end{array} \right\} \quad (14-5)$$

$$\text{et } X^1 = \left\{ \begin{array}{l} -\frac{I_1 \sqrt{2} e^{+j\varphi_1}}{2j(p + j\omega_r)} + \frac{I_5 \sqrt{2} e^{-j\varphi_5}}{2j(p - 5j\omega_r)} \\ -\frac{I_7 \sqrt{2} e^{+j\varphi_7}}{2j(p + 7j\omega_r)} \dots \text{etc} \end{array} \right\} \quad (14-6)$$

que l'on peut porter dans (14-3).

Pour chacune des équations on identifiera à zéro la somme des termes ayant le même dénominateur en $p + nj\omega_r$. Les deux dernières équations sont conjuguées; on ne conserve que la première.

Il serait facile, éventuellement, de tenir compte d'une force électromotrice à vide non sinusoïdale par l'adjonction de termes en $C^*_{+n} y^{e+n}$.

En principe, les Z et C de (14-3) sont des fonctions de p et, dans chacune des équations partielles en $\frac{1}{p + nj\omega_r}$ il faut

prendre les valeurs correspondant à $p = -nj\omega_r$; mais, le plus souvent, à un facteur p près, on peut se contenter de deux valeurs seulement dans l'équation en $Y^d = 0$: celles pour $p = j\omega_r$ et pour $p = \infty$. Dans l'équation en $Y^0 = 0$, une seule valeur suffira, celle pour $p = \infty$.

Ceci étant, quel que soit le terme de I auquel on s'arrête, on constate qu'il manque toujours une équation. Une première solution approchée consiste à évaluer systématiquement à zéro le terme en I de l'ordre le plus élevé et à résoudre le système complet restant.

Une deuxième solution plus exacte nous est donnée par le fait que les $\frac{Z}{p}$ tendent très vite vers leur valeur limite. On constate alors que les I_n pris de 6 en 6 forment une progression géométrique de raison petite devant l'unité. On obtient cette

raison k en identifiant à zéro un déterminant contenant les coefficients (pris pour $p = \infty$) de trois équations consécutives, soit

$$\begin{vmatrix} -2Z^0 & {}^0Z^0 & {}^{+2}Z^0 \\ k^{-2}Z^1 & -2Z^1 & {}^0Z^1 \\ k^{-1}Z^d & k^{-1}Z^d & -2Z^d \end{vmatrix} = 0.$$

Si n est l'ordre maximum de I , au lieu d'admettre comme plus haut $I_n = 0$ on écrit $I_n = kI_{n-6}$.

Remarquons qu'avec l'amortissement optimum $(-2Z^d)_\infty = 0$, ce qui entraîne $k = 0$ et que, réciproquement, k ne peut être nul que si $(-2Z^0)_\infty$ ou $(-2Z^d)_\infty$ sont nuls.

La procédé s'étend sans difficulté de principe à un nombre plus grand de termes conservés dans les équations générales.

Il ne faut pas s'étonner de ne pas avoir rencontré le diagramme de Potier; on a déjà vu au paragraphe I qu'il n'est qu'une pure question de saturation. Par contre, il n'est peut-être pas impossible d'espérer qu'une décomposition analogue à celle de Potier, de tous les Z en deux termes, dont l'un serait indépendant de la saturation et l'autre fonction de la saturation globale, soit une solution élégante du problème général de la machine saturée.

XV. Fonctionnement en régime permanent.

Régime déséquilibré. — La première forme (8-1) étant diagonalisée, le problème se règle entièrement par la théorie des composantes symétriques, mais cela ne s'applique qu'aux machines convenablement amorties.

A. Forme (8-3). — Soit par exemple, le court-circuit franc entre deux bornes, la troisième étant libre (fig. 5)

$$x_a = 0, \quad x_b = -x_c = x$$

d'où $X^0 = 0$,

$$X^d = -X^1 = \frac{1}{3} (a - a^2) x = \frac{j\sqrt{3}}{3} x$$

de même $y_b = y_c = y$

d'où $Y^d = Y^1 = y_a - y$

et $Y^0 = y_a + 2y = -X^0(R_1 + p'l_0) = 0$,

d'où, enfin $y_a = -2y$.

c'est-à-dire que la tension entre 0 et a est le double de celle entre 0 et le court-circuit.

Les équations fondamentales donnent

$$\begin{aligned} j\frac{\sqrt{3}}{3} [A_{-1}x - B_{-1}e^2 x_{-2}] + C_{-1}y^{e-1} \\ = j\frac{\sqrt{3}}{3} [B^*_{-1}e^{-2}x_{+2} - A^*_{-1}x] + C^*_{+1}y^{e+1} \end{aligned}$$

ou encore

$$\begin{aligned} B^*_{-1}e^{-2}x_{+2} - (A_{-1} + A^*_{-1})x + B_{-1}e^2x_{-2} \\ = (C_{-1}y^{e-1} - C^*_{-1}e^{-1}y^{e-1}) \frac{\sqrt{3}}{j} \end{aligned} \quad (15-1)$$

Comme dans le problème précédent, on développe i en série trigonométrique et x se met sous la forme

$$x = \sum_n \frac{I_n \sqrt{2}}{2j} \left(\frac{e^{-j\varphi_n}}{p - nj\omega_r} - \frac{e^{j\varphi_n}}{p + nj\omega_r} \right)$$

avec n entier, impair, positif.

On est arrêté par la même difficulté, que l'on tourne par le même artifice, ici plus simple. A partir d'un certain rang les harmoniques de courant forment une progression géométrique de raison k , on doit donc avoir

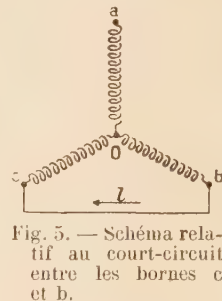
$$\left(\frac{B}{p} \right)_\infty e^{-2k^2} - \left[2 \left(\frac{A}{p} \right)_\infty k + \left(\frac{B}{p} \right)_\infty e^2 \right] = 0, \quad (15-2)$$

$$\text{avec } \left(\frac{A}{p} \right)_\infty = \mathfrak{L}_1 \left(\frac{1 + \varpi}{2} \frac{\sigma_g}{\sigma_{e1}} + \frac{1 - \varpi}{2} \sigma_{1t} \right)$$

$$\text{et } \left(\frac{B}{p} \right)_\infty = \mathfrak{L}_1 \left(\frac{1 + \varpi}{2} \frac{\sigma_g}{\sigma_{e1}} - \frac{1 - \varpi}{2} \sigma_{1t} \right)$$

d'où, en ne gardant que la racine utile,

$$k = e^2 \frac{\sqrt{\frac{1 + \varpi}{2} \frac{\sigma_g}{\sigma_{e1}} - \frac{1 - \varpi}{2} \sigma_{1t}}}{\sqrt{\frac{1 + \varpi}{2} \frac{\sigma_g}{\sigma_{e1}} + \frac{1 - \varpi}{2} \sigma_{1t}}} \quad (15-3)$$



C'est un résultat classique, on peut l'écrire en fonction des inductances subtransitoires

$$l''_1 = (1 + \pi) \frac{\sigma_g}{\sigma_{e1}} \mathfrak{L}_1 \quad \text{et} \quad l''_t = (1 - \pi) \sigma_{1t} \mathfrak{L}_1$$

il vient

$$k = \varepsilon^2 \frac{\sqrt{l''_1} - \sqrt{l''_t}}{\sqrt{l''_1} + \sqrt{l''_t}} \quad (15-3 \text{ bis})$$

Pour que k soit nul, il faut et il suffit que B_∞ le soit, donc, le courant reste sinusoïdal avec un amortissement seulement optimum.

Si l'on admet que $\frac{A}{p}$ et $\frac{B}{p}$ prennent les valeurs $\left(\frac{A}{p}\right)_\infty$ et $\left(\frac{B}{p}\right)_\infty$ dès que n est différent de zéro, la progression géométrique se prolonge jusqu'au terme fondamental I , ce qui permet d'écrire l'équation (15-4)

$$(A_0 + A^*_{2j\omega_r} - k\varepsilon^{-2} B^*_{2j\omega_r}) I_1 e^{-j\tau} + B_0 \varepsilon^2 I_1 e^{+j\tau} = -j\sqrt{3} \vec{u}_v$$

où $\vec{u}_v$ est la tension à vide dans la phase a pour la même excitation.

On associe cette équation à sa conjuguée, ce qui permet de calculer $I_1 e^{-j\tau}$, d'où l'on déduit que l'impédance interne de court-circuit entre deux phases, relativement à l'onde fondamentale de courant est égale à

$$\frac{4R_1 + \omega_r^2 \mathfrak{L}_1 \left[\left(1 + \sqrt{(1 - \pi^2) \frac{\sigma_g}{\sigma_{e1}} \sigma_{1t}} \right)^2 - \pi^2 \right]}{2R_1 - j\omega_r \mathfrak{L}_1 \left[1 + \sqrt{(1 - \pi^2) \frac{\sigma_g}{\sigma_{e1}} \sigma_{1t} - \pi} \right]} \quad (15-5)$$

R_1 étant très petit devant la réactance, l'expression précédente est sensiblement

$$\frac{1 + \pi + \sqrt{(1 - \pi^2) \frac{\sigma_g}{\sigma_{e1}} \sigma_{1t}}}{1 - \pi + \sqrt{(1 - \pi^2) \frac{\sigma_g}{\sigma_{e1}} \sigma_{1t}}} + j\omega_r \mathfrak{L}_1 \left[1 + \pi + \sqrt{(1 - \pi^2) \frac{\sigma_g}{\sigma_{e1}} \sigma_{1t}} \right]$$

que l'on peut écrire, en fonction des inductances synchrones et subtransitoires

$$2R_1 \frac{\mathfrak{L}_1 (1 + \pi) + \sqrt{l''_1 l''_t}}{\mathfrak{L}_1 (1 - \pi) + \sqrt{l''_1 l''_t}} + j\omega_r [\mathfrak{L}_1 (1 + \pi) + \sqrt{l''_1 l''_t}] \quad (15-5 \text{ bis})$$

B. Forme (8-4). — X^0 étant nul, les deux dernières équations restent inchangées, les calculs précédents restent valables pour x ; par contre Y^0 n'est pas nul, les tensions entre 0 et b , 0 et a , a et b ne sont plus proportionnelles à 1, 2 et 3.

On traiterait de même les fonctionnements avec courant homopolaire, ou bien l'utilisation de formes plus complètes que (8-4).

C. Impédance inverse. — Cette grandeur n'a pas plus d'existence que l'impédance directe, mais il n'est même pas possible de définir une inductance inverse. Si cette quantité existait, on pourrait écrire que l'impédance de court-circuit entre deux phases est la somme de l'impédance synchrone et de l'impédance inverse. Dans le cadre des hypothèses qui ont permis d'écrire la formule (15-5 bis) on en déduirait que

$$l_{-2} = \sqrt{l''_1 l''_t} \quad (15-6)$$

Si, au lieu de ne prendre que le terme fondamental I , nous prenons la valeur efficace du courant de court-circuit on trouverait

$$l_{-2} = \sqrt{l''_1 l''_t} \sqrt{1 - k^2} = \mathfrak{L}_1 (1 + \pi) (1 - \sqrt{1 - k^2}) \quad (15-7)$$

car la valeur efficace est égale à

$$\frac{I_1}{\sqrt{1 - k^2}}$$

Ce sont là deux formules possibles pour l'inductance inverse (215).

On pourrait retrouver toutes les autres et même éventuellement compléter les écritures pour tenir compte de termes négligés habituellement.

Par exemple, la machine non excitée et tournant à sa vitesse normale, on lui impose un système inverse de courants; il vient, en choisissant l'origine des phases

$$X^d = \frac{-I\sqrt{2}}{2j(p + j\omega_r)}, \quad X^i = \frac{I\sqrt{2}}{2j(p - j\omega_r)}$$

$$\text{d'où} \quad -Y^d = \frac{-I\sqrt{2}}{2j} \left(\frac{A_{-1}}{p + j\omega_r} - \frac{B_{-1}}{p - j\omega_r} \right)$$

La chute de tension comprend un terme inverse; l'impédance correspondante est $A_{(-2j\omega_r)}$, ce qui donne, toujours avec les mêmes hypothèses

$$l_{-2} = \mathfrak{L}_1 \left(\frac{1 - \pi}{2} \frac{\sigma_g}{\sigma_{e1}} + \frac{1 - \pi}{2} \sigma_{1t} \right) \quad (15-8)$$

$$\text{ou encore } l_{-2} = \frac{1}{2} (l''_1 + l''_t).$$

Si, maintenant, on tient compte du terme harmonique 3, dans la valeur efficace de U , l'impédance devient :

$$\sqrt{A^2_{(-2j\omega_r)} + B^2_{(-2j\omega_r)}},$$

c'est-à-dire

$$l_{-2} = \frac{1}{2} \sqrt{(l''_1 + l''_t)^2 + 9(l''_1 - l''_t)^2}.$$

Au sujet du terme harmonique trois de tension, il est bon de remarquer qu'il se présente sous la forme d'un système *direct, équilibré* et non sous une forme homopolaire, donc, *aucun montage étoile ou triangle, aucun coefficient de bobinage ne peut l'éliminer*. La seule ressource est $B = 0$ (amortissement optimum).

Si l'on se place maintenant dans le cadre des hypothèses de la matrice (8-4) on constate que Y^0 , à son tour, contient des termes harmoniques 3 de tension, mais ceux-ci, homopolaires, disparaissent entre les bornes principales, dans les montages triphasés.

Nous retrouvons les conclusions du paragraphe XI. La matrice principale ne peut pas prendre la forme diagonale, donc la machine ne peut pas être réduite à l'ensemble de trois impédances directe, inverse et homopolaire, il faut aussi tenir compte de grandeurs homogènes à des impédances, mais qui se traduisent par l'apparition d'harmoniques et que, pour cette raison, on pourrait appeler « perturbances » mutuelles.

XVI. Alternateur monophasé non amorti. — Dans le cas d'un alternateur à rotor lisse, monophasé, non amorti, cas particulièrement défavorable, la méthode du paragraphe précédent peut se traduire par une construction graphique simple qui va permettre de se rendre compte jusqu'à quel point la progression géométrique reste acceptable [167].

Nous avons les mêmes hypothèses simplificatrices qu'au paragraphe XIII, nous repartons des mêmes équations

$$\left. \begin{aligned} RI + \frac{d}{dt}(LI + Mi) &= 0, \\ ri + \frac{d}{dt}(li + MI) &= E. \end{aligned} \right\} \quad (16-1)$$

En régime permanent, l'origine des temps est indifférente et on peut toujours poser $\psi = 0$, c'est-à-dire $\epsilon = \epsilon^{-1} = 1$.

Nous savons que I peut se développer en série d'ordres impairs

$$I = \sum_n I_n \sqrt{2} \sin(n\omega_r t - \varphi_n), \quad n \text{ impair}$$

et de même i en série d'ordres pairs

$$i = i_0 + \sum_n i_n \sqrt{2} \sin(n\omega_r t - \varphi_n), \quad n \text{ pair}.$$

Posons

$$i_n = I_n \sqrt{\frac{L}{l}};$$

ce changement de variable permet d'intercaler les harmoniques d'excitation dans la suite des harmoniques d'induit.

Chacune des équations (13-2) se décompose en une série d'équations partielles qui s'écrivent, vectoriellement

$$R\vec{I}_n + jn\omega_r L\vec{I}_n = \frac{1}{2} jn\omega_r l \sqrt{1-\sigma} L(\vec{I}_{n-1} + \vec{I}_{n+1})$$

$$\text{ou} \quad r\vec{I}_n + jn\omega_r l\vec{I}_n = \frac{1}{2} jn\omega_r l \sqrt{1-\sigma} l(\vec{I}_{n-1} + \vec{I}_{n+1})$$

suivant que n est pair ou impair, ou encore

$$\vec{I}_{n+1} + \vec{I}_{n-1} = \frac{2}{\sqrt{1-\sigma}} \left(1 + j \frac{\gamma_n}{n}\right) \vec{I}_n \quad (16-3)$$

avec $\gamma_n = \frac{R}{\omega_r L}$ si n est impair

et $\gamma_n = \frac{r}{\omega_r l}$ si n est pair.

L'équation (16-3) n'est pas valable si $n = 0$, auquel cas il reste seulement

$$i_0 = \frac{E}{r} \quad \text{ou} \quad I_0 = -\sqrt{\frac{l}{L}} \frac{E}{r}. \quad (16-4)$$

Quand n croît, $j \frac{\gamma_n}{n}$ devient négligeable devant l'unité, alors les $\vec{I}_n$ sont en progression géométrique de raison k telle que

$$k^2 + 1 = \frac{2}{\sqrt{1-\sigma}} k \quad \text{d'où} \quad k = \sqrt{\frac{1-\sqrt{\sigma}}{1+\sqrt{\sigma}}}.$$

Dans une première méthode, nous pouvons utiliser le même artifice qu'à la fin du paragraphe XIV; partant de l'ordre n , on écrit que

$$\vec{I}_{n-1} = k \vec{I}_n;$$

la formule (16-3) se traduit par une construction simple qui donne $\vec{I}_{n-1}$ en fonction de $\vec{I}_n$, puis $\vec{I}_{n-2}$ en fonction de $\vec{I}_n$ et $\vec{I}_{n-1}$ et ainsi de suite jusqu'à $j\sqrt{2} \vec{I}_0$ que l'on identifie avec

$-j\sqrt{2} \sqrt{\frac{l}{L}} \frac{E}{r}$, ce qui permet de déterminer la valeur exacte de $\vec{I}_n$ ou, ce qui revient au même, l'échelle du tracé de l'épure (fig. 6).

L'examen d'un cas numérique précis montre que les

modules des I_n restent en progression géométrique alors que $\frac{\gamma_n}{n}$ n'est pas négligeable devant l'unité, parce que ce terme correctif est en quadrature. On peut chercher à calculer, à part, les déphasages relatifs entre deux termes consécutifs soit θ_n entre $\vec{I}_n$ et $\vec{I}_{n-1}$.

La construction graphique précédente donne immédiatement

$$\left. \begin{aligned} I_{n-1} \sin \theta_n &= I_n \frac{2\gamma_n}{n\sqrt{1-\sigma}} + I_{n+1} \sin \theta_{n+1} \\ \text{d'où} \quad \sin \theta_n &= \frac{I_n}{I_{n-1}} \frac{2\gamma_n}{n\sqrt{1-\sigma}} + \frac{I_{n+1}}{I_{n-1}} \sin \theta_{n+1} \end{aligned} \right\} \quad (16-5)$$

Dans l'étude des machines normales, les angles θ_n sont assez petits pour que l'on puisse confondre les arcs avec les sinus, en introduisant aussi la raison k on obtient la formule plus simple

$$\theta_n = \frac{2k\gamma_n}{\sqrt{1-\sigma} n} + k^2 \theta_{n+1}, \quad (16-5 \text{ bis})$$

ce qui permet de mettre θ_n sous la forme d'une série assez rapidement convergente

$$\theta_n = \frac{2k}{\sqrt{1-\sigma}} \sum_{h=0}^m \frac{\gamma_{n+h} k^{2h}}{n+h} + k^{2m+1} \theta_{n+m+1}; \quad (16-6)$$

l'incidence sur θ_n d'une erreur sur θ_{n+m+1} est d'autant plus faible que m est plus grand, ce qui pourrait justifier la construction précédente, mais, d'autre part, la formule (16-6) permet de ne pas supposer nul le déphasage entre $\vec{I}_{n+1}$ et $\vec{I}_n$ et d'effectuer une construction plus rigoureuse. Il suffit, de

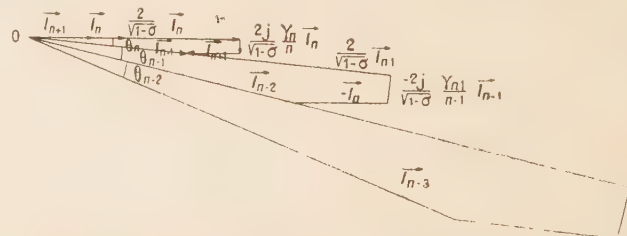


Fig. 6. — Diagramme relatif à la construction donnant I_{n-1} en fonction de I_n , puis I_{n-2} en fonction de I_n et I_{n-1} , etc.

calculer θ_{n+1} par la formule (16-6) où m est pris assez grand pour que k^{2m+1} soit négligeable relativement aux autres causes d'erreurs (erreurs de tracé, entre autres).

En résumé, si on ne recherche que les valeurs efficaces des courants dans l'inducteur et dans l'induit, on peut se contenter des calculs classiques où l'on suppose que les différents harmoniques forment une progression géométrique

de raison $k^2 = \frac{1-\sqrt{\sigma}}{1+\sqrt{\sigma}}$, ce qui donne la valeur efficace de i , soit

$$i = \frac{E}{r} \frac{1}{\sqrt{1-k^4}} = \frac{E}{2r} \frac{1+\sqrt{\sigma}}{\sqrt{\sigma}}.$$

Mais si, de plus, on veut connaître aussi les déphasages respectifs des harmoniques, en vue, par exemple, de déterminer la forme exacte des courbes de variation des intensités, il suffira de calculer θ_n par la formule (16-6) et les déphasages précédents par la formule (16-5 bis) ou, dans certains cas exceptionnels, par la formule (16-5).

Cette méthode graphique peut s'étendre à la détermination des fonctions périodiques qui interviennent dans le régime

transitoire, dont nous savons qu'il ne contient que deux constantes de temps distinctes.

Si ces constantes, ou leurs inverses α et β , étaient connues, il suffirait de remplacer les équations (16-3) par

$$\varepsilon \vec{I}_{n+1} + \varepsilon^{-1} \vec{I}_{n-1} = \frac{2}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} \left(1 + \frac{\gamma_n}{jn - \frac{\alpha}{\omega_r}} \right) \vec{I}_n.$$

On réalise ainsi deux suites d'harmoniques, l'une caractérisée par α possède, comme celle du régime permanent, ses termes d'ordres impairs dans l'induit et ceux d'ordres pairs dans l'inducteur; l'autre, caractérisée par β intervertit les parités.

Nous n'avons pas ici la possibilité de calculer directement les termes d'ordre zéro; par contre, on peut, dans chaque suite, prolonger la construction par le polygone d'ordre zéro qui donne $-\vec{I}_{-1}$ qui doit être conjugué de $+\vec{I}_{+1}$.

Cette condition permet, par approximations successives, de déterminer α et β . La discussion des équations d'ordre zéro prouve aussi que α et β sont réels, il n'y a donc pas de glissement dans le régime transitoire, comme cela se produit, par exemple, dans les machines à rotor lisse, parfaitement amorties, en régime équilibré.

On peut remplacer la construction par son interprétation métrique. On obtient, avec une précision suffisante, une équation du troisième degré. Si, enfin, α/ω_r est assez petit pour que son carré soit négligeable devant l'unité (compte tenu de toutes les autres causes d'erreurs) on peut développer en série les calculs précédents, ce qui donne les formules

$$\alpha = \frac{r}{L\omega_r} + \Delta\alpha, \quad \beta = \frac{R}{L\omega_r} + \Delta\beta,$$

où $\Delta\alpha$, correction commune au signe près, se calcule à partir de séries numériques contenant

$$\frac{r}{L\omega_r}, \quad \frac{R}{L\omega_r} \quad \text{et} \quad k^2 = \frac{1 - \sqrt{\varepsilon}}{1 + \sqrt{\varepsilon}}.$$

Par exemple pour

$$\frac{r}{L\omega_r} = \frac{3}{100}, \quad \frac{R}{L\omega_r} = \frac{1}{100} \quad \text{et} \quad \varepsilon = \frac{9}{100};$$

$\Delta\alpha$ est inférieure à $\frac{1}{2}$ pour 100 de $\frac{R}{L\omega_r}$.

On voit ainsi que les formules approchées de Boucherot [35]

$$\alpha = \frac{r}{L\omega_r} \quad \text{et} \quad \beta = \frac{R}{L\omega_r}$$

sont, pour les machines actuelles, d'excellentes premières approximations.

Lorsque les deux séries d'harmoniques sont déterminées, chacune à une constante de proportionnalité près, on détermine ces constantes en écrivant que les flux totaux à travers les deux circuits ne subissent aucune discontinuité à l'instant initial du régime transitoire.

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

XVII. Généralités. — Le problème de la spécification des éléments constitutifs d'une machine tournante à courant alternatif peut prendre deux aspects physiques différents qui correspondent d'ailleurs, à deux écritures mathématiques distinctes.

Dans le premier cas, nous sommes au bureau d'études du constructeur. La machine est vue de l'intérieur. On en connaît les moindres détails; la précision sur les dimensions est

celle-là même avec laquelle elles seront réalisées. Les propriétés spécifiques des matériaux (résistivité, perméabilité, etc.) sont supposées connues. Il est alors possible de prédéterminer, avec une approximation suffisante, la valeur de tous les éléments de base: résistances, inductances propres ou inductances mutuelles, ce qui conduit naturellement à caractériser la machine par ses équations (3-4) d'où l'on pourra toujours déduire les équations (4-1).

Dans le deuxième cas, nous sommes sur la plateforme d'essai, ou chez l'exploitant. La machine n'est accessible que de l'extérieur. Il s'agit, ou bien de contrôler la précision des calculs précédents ou, dans l'ignorance de ces calculs, de se procurer directement les éléments caractéristiques du fonctionnement. La forme mathématique correspondante est celle des équations (4-1) et il est difficile, sinon impossible, de remonter aux équations (3-4).

En effet, alors que les coefficients des équations (3-4) sont des constantes, ceux des équations (4-1) sont des fonctions de p dont l'expérience ne peut nous donner que quelques valeurs discrètes correspondant à autant de valeurs simples de p ($p = 0$ ou $p = n\omega_r$).

Un exemple d'un problème analogue nous est fourni par la théorie classique du moteur asynchrone.

En négligeant les pertes dans le fer du stator, on peut écrire les deux équations

$$\begin{aligned} U_1 &= R_1 I_1 + j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2, \\ 0 &= R_2 I_2 + jg\omega L_2 I_2 + jg\omega M I_1. \end{aligned} \quad (17-1)$$

En éliminant les éléments rotoriques, il reste

$$U_1 = Z_1 I_1 \quad (17-2)$$

avec $Z_{1(g)} = R_1 + j\omega L_1 + \frac{g\omega^2 M^2}{R_2 + jg\omega L_2}$. (17-3)

Cette fonction, homographique, se traduit par un acrogramme circulaire (fig. 7) pour lequel il suffit, en général, de connaître trois points correspondant à trois valeurs particulières de g (par exemple 0, 1 et ∞). Ici, les points $g = 0$ et $g = 1$ suffisent, car on sait que les points $g = 0$ et $g = \infty$ sont diamétralement opposés et correspondent à la même valeur R_1 de la partie réelle de Z_1 .

Par contre, si l'on veut tenir compte des pertes dans le fer et des pertes mécaniques (le point de fonctionnement à vide n'est pas rigoureusement celui pour $g = 0$) et si l'on remarque que le point $g = \infty$ n'est pas accessible par l'expérience directe, on constate qu'il est nécessaire d'effectuer de nouvelles mesures telles que, par exemple, la séparation des pertes à vide et la détermination de la résistance statorique. Malgré tout, l'acrogramme reste circulaire.

Dans le cas, plus complexe, des équations (4-1), en faisant varier p de 0 à $+\infty$ le long de l'axe imaginaire, chacun des coefficients se traduit par un acrogramme qui, généralement, n'est pas circulaire. La connaissance de quelques points discrets ne suffit pas pour reconstituer toute la fonction.

Ces coefficients, sommes de fractions rationnelles, peuvent se décomposer en éléments simples; les parties réelles des pôles sont, en général, petites devant ω_r ; chaque élément

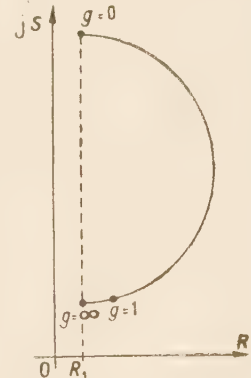


Fig. 7. — Acrogramme circulaire du moteur asynchrone.

simple présente un acrogramme circulaire (fig. 8) ; il varie très vite symétriquement autour de $p = -sj\omega_r$.

Ainsi, l'acrogramme total du quotient par p de chaque coefficient aura, en général, une forme assez compliquée avec des variations rapides autour des diverses valeurs $p = -sj\omega_r$. Nous ne pourrions connaître, au mieux, que quelques valeurs particulières par des essais en régime permanent pour lesquels $p = 0$ ou $p = \pm nj\omega_r$.

Cette conclusion pessimiste est, en toute rigueur, la condamnation de certains essais indirects : une grandeur caractéris-

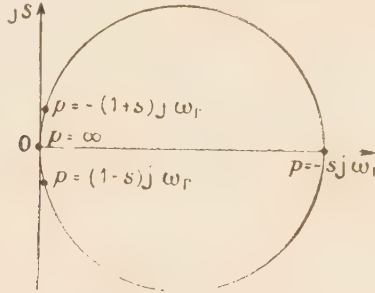


Fig. 8. — Achromogramme de $\frac{1}{a_s + p + sj\omega_r}$ en fonction de p .

tique d'une machine ne peut être obtenue que par des essais où cette grandeur intervient directement c'est-à-dire correspond à la même valeur particulière de p . Elle s'applique, surtout, aux relations hypothétiques entre les réactances subtransitoires et la réactance inverse et à leur mesure par des essais statiques.

XVIII. Interprétations expérimentales des matrices simplifiées. — A. — Reprenons les équations (8-1) avec les notations de (8-3) il vient

$$\left. \begin{aligned} -Y^d &= A_{-1}X^d + \varepsilon C_{-1}y^{e-1}, \\ -Y^i &= A_{+1}^*X^i + \varepsilon^{-1}C_{+1}^*y^{e+1}, \\ -Y^0 &= (R_1 + pl_0)X^0, \end{aligned} \right\} \quad (18-1)$$

avec

$$A = R_1 + (p + j\omega_r)\mathcal{L}_1 a_p,$$

où a_p est une fraction rationnelle en p ne comportant que deux pôles. On a

$$A_{-1}p=j\omega_r = A_{+1}^*p=-j\omega_r = A_{r,p=0} = R_1 + j\omega_r\mathcal{L}_1 a_{0,r}.$$

Cette valeur nous est donnée par l'essai classique de court-circuit et n'est valable qu'en régime *permanent équilibré*.

L'essai de court-circuit entre deux phases fait intervenir

$$A_{(p=-2j\omega_r)}^* = R_1 + j\omega_r\mathcal{L}_1 a_{(2j\omega_r)}^*.$$

Les essais statiques correspondant à $p = j\omega$ avec $\omega_r = 0$, on mesure, alors, $j\omega\mathcal{L}_1 a_{j\omega}$. Si ces deux dernières valeurs sont sensiblement égales (quand $\omega_r = \omega$) c'est que $a_{j\omega}$ est très voisin de sa valeur limite a_{∞} ; les deux derniers essais permettent donc de connaître l'inductance subtransitoire, c'est l'approximation classique, mais nous avons maintenant un *critérium de validité*.

l_0 étant une constante peut être mesurée par un essai statique homopolaire avec moins de risques d'erreurs que par différence entre deux courts-circuits avec et sans courant homopolaire.

B. — Avec un rotor à pôles saillants et un amortissement quelconque, nous retrouvons les équations (8-3) complètes.

L'essai de court-circuit équilibré donne $(A + B)_{p=0}$; la séparation de A_0 et de B_0 correspond à la mesure de la *réactance transversale de Blondel*.

Des essais statiques permettent de déterminer $A_{(j\omega_r)}$ et

$B_{(j\omega_r)}$; enfin, l'essai de court-circuit entre deux phases donne $A_{(2j\omega_r)}^* + B_{(2j\omega_r)}^*$; la discussion s'achève comme pour le cas précédent et il en est de même pour l_0 .

C. — Prenons maintenant les équations (8-4) simplifiées par la suppression des états initiaux dans les amortisseurs

$$\left. \begin{aligned} -Y^0 &= -2Z^0X_{-2}^d + 0Z^0X^0 + +2Z^0X_{+2}^i + C^0(\varepsilon^{-2}y_{+3}^e + \varepsilon^2y_{-3}^e), \\ -Y^d &= -2Z^dX_{-2}^i + 0Z^dX^d + +2Z^dX_{+2}^0 + \varepsilon C_{-1}y_{-1}^e, \\ -Y^i &= -2Z^iX_{-2}^0 + 0Z^iX^i + +2Z^iX_{+2}^d + \varepsilon^{-1}C_{+1}^*y_{+1}^e. \end{aligned} \right\} \quad (18-2)$$

En plus des précédentes, ces équations contiennent une nouvelle tension à vide, homopolaire, qui ne peut être qu'un harmonique trois, ou multiple de trois, et quatre nouvelles « perturbances ». Nous avons déjà remarqué, au paragraphe IV que ces quatre coefficients dérivent les uns des autres par conjugaison ou transposition; nous avons vu aussi, au paragraphe XIV, que ces nouveaux termes entraînent des modifications dans l'interprétation des essais de court-circuit.

Faut-il aller plus loin et introduire, dans Y^0 , des termes en $-4Z^0X_{+4}^i$? Il est à craindre que ce soit difficile, sinon même impossible. D'une part, ces termes correctifs étant petits par rapport aux autres, leur action sur le module des courants de court-circuit sera trop réduite pour qu'on puisse les calculer par différence. D'autre part, ils se traduiront par l'apparition d'harmoniques d'ordre 5 et 7; mais l'absence actuelle d'un outil simple, permettant *industriellement* l'analyse quantitative des premiers harmoniques, rend toute interprétation pratique illusoire.

Par contre, si l'utilisation d'un shunt résonnant, purement qualitatif, permet de constater l'absence des harmoniques d'ordres 5 et 7, nous pourrions en conclure à la validité des équations (18-2) sur l'interprétation desquelles nous allons insister plus longuement.

XIX. Étude détaillée des mesures. — A. **Essais à vide.**

— Un premier problème est celui de la *forme* de la tension, c'est-à-dire la recherche des harmoniques et, tout particulièrement, de l'harmonique 3 qui apparaît dans la tension homopolaire, mais disparaît dans la tension entre deux bornes principales (dont on vérifie alors, qu'elle est inférieure à $\sqrt{3}$ fois la tension entre neutre et phase) mais à cause des erreurs de graduation du voltmètre, ceci est purement qualitatif; la seule mesure correcte porte sur la composante homopolaire de la tension à vide.

Si la machine possède six bornes accessibles, il suffit de réaliser un montage en triangle ouvert; à cet effet, on remplace une des trois barrettes verticales par un voltmètre dont on s'est assuré, au préalable, que ses indications restent correctes pour une fréquence triple de la fréquence normale (fig. 9).

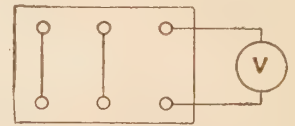


Fig. 9. — Schéma relatif à l'essai à vide, mesure de U^0 .

Si la machine ne possède que quatre bornes accessibles, on prend trois transformateurs de tension bien identiques; on monte les trois enroulements primaires en étoile, le point neutre de l'étoile étant relié au point neutre de l'alternateur; on monte les trois secondaires en série sur un voltmètre, vérifié, lui aussi, pour la fréquence triple. Mais il faut vérifier, de plus, que les transformateurs, à leur tour, n'introduisent pas d'harmonique 3 par saturation, ce dont on s'assurera en séparant les deux points neutres : l'indication du voltmètre doit tomber à zéro.

Dans les deux cas, nous obtenons ainsi le triple du module de l'harmonique 3 ; la phase se détermine facilement par une observation oscillographique simultanée de la tension U^0 et de l'une des tensions principales.

Plus exactement, c'est l'ensemble des harmoniques multiples de 3 que l'on détermine par la tension homopolaire à vide.

Pour les harmoniques d'ordre supérieur à 3, seul un circuit résonnant permet de vérifier leur absence ou, éventuelle-

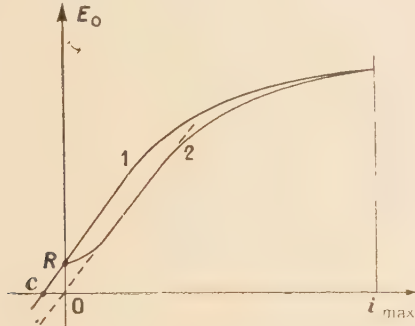


Fig. 10. — Caractéristique à vide (cycle classique).

ment, d'évaluer leur grandeur. Ce seront, presque toujours, des harmoniques de denture.

Un deuxième problème est lié à l'hystérésis du circuit magnétique et entraîne surtout une étude détaillée de la caractéristique à vide au voisinage de l'origine.

On a l'habitude de relever un cycle à vide qui évolue entre $i = 0$ et $i = i_{max}$. Ce cycle part d'une tension correspondant à une aimantation rémanente sensiblement indépendante de la valeur de i_{max} (fig. 10).

La partie ascendante (2 de la figure 10) présente un point d'inflexion très étalé ; la tangente en ce point passe, en général, assez près de l'origine et constitue ce qu'il est convenu d'appeler la *partie droite* de la caractéristique.

Pour faciliter l'interprétation d'essais divers (droites de court-circuit, glissement, auto-amorçage sur capacité), j'ai été amené à considérer des cycles (fig. 11) différents du cycle classique.

En premier lieu, on peut se limiter vers les faibles excitations, non au point pour lequel $i = 0$ mais celui pour lequel la force électromotrice à vide $E = 0$ ou, plus exactement, pour lequel $E = \sigma E_R$; E_R étant la force électromotrice rémanente.

Ensuite, j'ai étudié des cycles de faible amplitude, ceux-ci prenant la forme de parallélogrammes allongés dont les angles obtus sont arrondis. Si, alors, on donne à i des variations symétriques par rapport à l'origine, il n'en est plus forcément de même des variations de E (contrairement à une affirmation classique), à tel point que la force électromotrice efficace peut ne jamais s'annuler.

Enfin, j'ai envisagé des états de fonctionnement à partir d'un rémanent réduit et même annulé, c'est-à-dire que j'ai cherché à désaimanter le rotor. On peut employer deux méthodes :

a) On alimente une phase de l'induit par un courant continu que l'on fait décroître progressivement, le rotor tournant à une vitesse voisine de la vitesse normale ;

b) On fait décrire à l'excitation une série de cycles symétriques d'amplitude lentement décroissante.

Par suite de la remarque précédente, pour que les cycles soient bien symétriques, il faut partir d'une excitation maximum nettement saturante. La solution a) est alors à

prohiber comme dangereuse pour la machine ; la solution b) ne peut pas être utilisée en excitant avec un courant alternatif normal mais avec un courant continu que l'on module dans les deux sens au moyen d'un rhéostat potentiométrique à point milieu. L'opération est très lente et doit être reprise avant chacune des mesures.

Pour une machine dont la tension normale est 440 V et la force électromotrice rémanente 9 V, j'ai pu ramener cette dernière à quelques centièmes de volt ; mais l'examen oscillographique de la tension résiduelle montre une courbe complètement désordonnée, comme si quelques points de la périphérie du rotor conservaient une aimantation irréductible, de sens absolument quelconque.

B. Caractéristiques de court-circuit. — Il est classique de démontrer, par le diagramme de Potier, que ces caractéristiques sont des droites, même pour des valeurs du courant d'excitation qui, à vide, entraîneraient une forte saturation. Mais il est aussi bien connu qu'elles ne passent pas tout à fait par l'origine à cause du magnétisme rémanent et qu'elles peuvent s'incurver dans cette région dans le cas d'un induit à trous.

Reprenant la méthode de Fallou [83] qui mesure le coefficient de dispersion par la comparaison de deux droites de court-circuit, je me suis heurté à un manque d'homogénéité dans les résultats dû au fait que les calculs portent sur la différence des pentes de deux droites voisines ; il est indispensable que ces pentes soient relevées avec une très bonne précision et ceci entraîne une étude détaillée de leur partie initiale : l'expérience prouve alors que cette partie est nettement incurvée, même pour des machines normales à encoches ouvertes. Cette courbure est liée à celle de la partie montante de la caractéristique à vide (si la caractéristique de court-circuit est, elle-même, relevée par valeurs croissantes de l'excitation). Il suffit, pour s'en rendre compte, d'appliquer en sens inverse, la construction de Potier.

La machine, non excitée, étant mise en court-circuit, le point caractéristique de l'état magnétique passe de R en C'

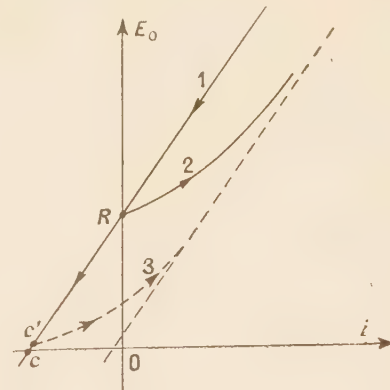


Fig. 11. — Caractéristique à vide (étude détaillée du cycle).

(fig. 12) dont l'ordonnée est, dans la théorie classique σ fois celle de R . L'excitation étant établie progressivement, le point caractéristique décrit la courbe 3 de la figure 11. La caractéristique de court-circuit n'est rectiligne que si la portion correspondante de la caractéristique à vide l'est elle-même et ces deux droites concourent sur l'axe des i .

Il serait préférable d'opérer sur la caractéristique descendante qui est très sensiblement droite au voisinage de l'origine, mais il faudrait mettre brusquement en court-cir-

cuit la machine excitée et cette opération n'est pas sans comporter de risques.

On se bornera donc à rechercher, le plus soigneusement possible, le point où le prolongement de la partie pseudo-droite de la courbe 3, c'est-à-dire la tangente au point d'in-

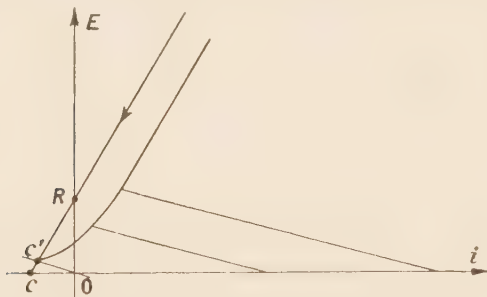


Fig. 12. Caractéristique de court-circuit.

flexion, coupe l'axe des i ; et c'est à partir de ce point que l'on calculera la pente des droites de court-circuit.

XX. Interprétation des droites de court-circuit. —

A. Cas des deux courts-circuits triphasés équilibrés. — Nous allons développer les principes de calculs du paragraphe 14.

La machine étudiée présente une tension homopolaire à vide nulle; nous poserons donc $C^0 = 0$ dans les formules (18-2).

a) Sans liaison des deux points neutres, $X^0 = 0$, les courants restent sinusoïdaux et équilibrés, mais il apparaît une tension homopolaire; l'équation

$$-Y^0 = -{}^2Z^0 X_{-2}^d + {}^2Z^0 X_{-2}^i.$$

permet de calculer

$$-{}^2Z^0_{(p=3j\omega_r)} = -{}^2Z^0_{(p=-3j\omega_r)},$$

ces quantités étant imaginaires pures et conjuguées, si l'on néglige les termes pour lesquels r et s sont extérieurs à ± 3 , il vient

$$-{}^2Z^0_{(p=3j\omega_r)} = j \frac{U^0}{I_{1a}}. \quad (20-1)$$

En désignant par U^0 la tension homopolaire et par I_{1a} le courant de court-circuit.

D'après la discussion du paragraphe IV, on a aussi

$$+{}^2Z^d_{(p=j\omega_r)} = -{}^2Z^i_{(p=-j\omega_r)} = \frac{1}{3} -{}^2Z^0_{(p=3j\omega_r)}.$$

Enfin, la formule (14-2 bis) donne

$$R_1 \frac{1 + \varpi}{1 - \varpi} + j\omega_r \mathfrak{L}_1 (1 + \varpi) = \frac{E}{I_{1a}}. \quad (20-2)$$

b) Avec liaison des deux neutres, les trois tensions sont nulles. Admettons, ce que l'expérience justifie souvent, que les harmoniques au-delà de trois soient négligeables. On peut alors écrire, comme au paragraphe 14

$$X^0 = \frac{I_{3b} \sqrt{2} e^{-j\tau_3}}{2j(p - 3j\omega_r)} - \frac{I_{3b} \sqrt{2} e^{+j\tau_3}}{2j(p + 3j\omega_r)}$$

$$X^d = \frac{I_{1b} \sqrt{2} e^{-j\tau_1}}{2j(p - j\omega_r)} \quad \text{et} \quad X^i = \frac{I_{1b} \sqrt{2} e^{+j\tau_1}}{2j(p + j\omega_r)}.$$

En plaçant un ampèremètre sur la liaison des points neutres, on mesure $3 I_{3b}$. La valeur efficace du courant de court-circuit est

$$\sqrt{I_{1b}^2 + I_{3b}^2},$$

ce qui permet de calculer I_{1b} et I_{3b} .

$Y^0 = 0$ donne

$$0 = -{}^2Z^0_{(p=3j\omega_r)} \times I_{1b} e^{-j\tau_1} + {}^2Z^0_{(p=3j\omega_r)} \times I_{3b} e^{-j\tau_3} \quad (20-3)$$

en séparant les termes en

$$\frac{1}{p - 3j\omega_r},$$

d'où l'on déduit

$${}^2Z^0_{(p=3j\omega_r)} = -{}^2Z^0_{(p=3j\omega_r)} \times \frac{I_{1b} e^{-j\tau_1}}{I_{3b} e^{-j\tau_3}}. \quad (20-4)$$

De même, les termes en

$$\frac{1}{p - j\omega_r} \text{ de l'équation } Y^d = 0$$

donnent

$$\left. \begin{aligned} -{}^2Z^d_{(p=j\omega_r)} I_{1b} e^{+j\tau_1} + {}^2Z^d_{(p=j\omega_r)} I_{1b} e^{-j\tau_1} \\ + {}^2Z^d_{(p=j\omega_r)} I_{3b} e^{-j\tau_3} = E. \end{aligned} \right\} \quad (20-5)$$

En éliminant $I_{3b} e^{-j\tau_3}$ entre (20-3) et (20-5) il vient

$$\left[A_0 - \frac{(-{}^2Z^0)^2_{(p=3j\omega_r)}}{3 \times {}^2Z^0_{(p=3j\omega_r)}} \right] I_{1b} e^{-j\tau_1} - B_0 I_{1b} e^{+j\tau_1} = E, \quad (20-6)$$

car

$${}^2Z^d_{(p=j\omega_r)} = A_0 \quad \text{et} \quad -{}^2Z^d_{(p=j\omega_r)} = B_0$$

avec

$$A_0 = R_1 + j\omega_r \mathfrak{L}_1$$

et

$$B_0 = j\omega_r \mathfrak{L}_1;$$

en associant (20-6) à sa conjuguée on peut calculer $I_{1b} e^{-j\tau_1}$ qui correspond à l'impédance

$$Z_{1b} = R_1 (1 + \varphi) \frac{1 + \varpi - \lambda}{1 - \varpi - \lambda} + j\omega_r \mathfrak{L}_1 (1 + \varpi - \lambda) \quad (20-7)$$

en posant

$$\varphi = \frac{1}{3} \left| \frac{-{}^2Z^0}{{}^2Z^0} \right|_{(p=3j\omega_r)}^2 = \frac{1}{3} \left(\frac{I_{3b}}{I_{1b}} \right)^2$$

et

$$\lambda = 3 \frac{l_0}{\mathfrak{L}_1} \quad \text{avec} \quad {}^2Z^0_{(p=3j\omega_r)} = R_1 + 3j\omega_r l_0.$$

On comparera cette valeur de I_{1b} avec celle déduite plus haut.

1. APPLICATION NUMÉRIQUE. — Les essais ont porté sur une machine synchrone triphasée à quatre pôles, fortement amortie, fonctionnant sous 25 Hz à la tension normale $U_n = 440$ V avec un courant normal $I_n = 53$ A.

La partie droite de la caractéristique ascendante à vide donne $\sqrt{3} E = 50,9$ i, d'où $E = 29,4$ i.

L'essai de court-circuit, sans liaison des points neutres, donne

$$I_{1a} = 5,93 \text{ i} \quad \text{et} \quad U^0 = 1,98 \text{ i}.$$

L'essai de court-circuit, avec liaison des points neutres, donne

$$I_{1b} = 6,92 \text{ i} \quad \text{et} \quad 3I^0 = 10,1 \text{ i}.$$

La résistance du stator entre deux bornes est

$$R = 0,272 \Omega,$$

ce qui donne

$$R_1 = 0,272 \times \frac{1}{2} = 0,136 \Omega.$$

La mesure de la réactance transversale a donné, par ailleurs (paragraphe XXIII. D)

$$\omega_r \mathfrak{L}_1 (1 - \varpi) = \frac{4,1}{\sqrt{3}} = 2,37 \Omega.$$

Une première valeur approchée de $\omega_r \mathfrak{L}_1 (1 + \varpi)$ est donnée par

$$\frac{E}{I_{1a}} = \frac{29,4}{5,93} = 4,96 \Omega$$

d'où

$$\frac{1 + \varpi}{1 - \varpi} = \frac{4,96}{2,37} = 2,09$$

d'où la valeur définitive

$$\omega_r \mathcal{L}_1 (1 + \varpi) = \sqrt{4,96^2 - 2,09 \times 0,136^2} = 4,95 \, \Omega,$$

ce qui donne

$$\varpi = \frac{4,95 - 2,37}{4,95 + 2,37} = 0,353$$

et

$$\omega_r \mathcal{L}_1 = \frac{4,95 + 2,37}{2} = 3,66 \, \Omega;$$

d'autre part

$$-^2 Z^0_{(p=31\omega_r)} = \frac{1,98}{5,93} = 0,334 \, \Omega$$

$$I_{1b} = i \sqrt{6,92^2 - \left(\frac{10,1}{3}\right)^2} = 6,04 \, i$$

d'où

$$|^0 Z^0|_{p=31\omega_r} = 0,334 \cdot \frac{3 \times 6,04}{10,1} = 0,600 \, \Omega$$

d'où

$$3\omega l_0 = \sqrt{0,600^2 - 0,136^2} = 0,584 \, \Omega$$

et enfin

$$\omega l_0 = 0,195 \, \Omega.$$

2. VÉRIFICATION. — On a

$$\rho = \frac{1}{3} \left(\frac{10,1}{3 \times 6,04} \right)^2 = 0,103,$$

$$\lambda = 3 \times 0,103 \times \frac{0,195}{3,66} = 0,0165$$

d'où

$$Z_{1b} = 0,136 \times 1,103 \times \frac{1,336}{0,630} + j \times 3,66 \times 1,336$$

et

$$Z_{1b} = \sqrt{0,318^2 + 4,89^2} = 4,90 \, \Omega,$$

ce qui donnerait

$$I_{1b} = \frac{29,4 \, i}{4,90} = 6,00 \, i \text{ au lieu } 6,04 \, i.$$

La différence, soit moins de 7 pour 1 000, est à l'intérieur des limites possibles, car chacune des trois droites de court-circuit n'était connue qu'à 3 pour 1 000 près pour l'alignement des points et, de plus, les erreurs d'étalonnage des ampèremètres et des transformateurs de courant ne s'éliminent qu'en partie dans la comparaison. D'ailleurs, un shunt résonnant ne décelait pratiquement aucune trace d'harmonique d'ordre 5 ou 7 dans les courbes de courant.

Pour la détermination de $^0 Z^0_{(p=31\omega)}$ J. Fallou avait proposé [88] la valeur

$$|^0 Z^0| = \frac{U^0}{I_{3b}}$$

alors que nous utilisons

$$|^0 Z^0| = \frac{U^0}{I_{3b}} \times \frac{I_{1b}}{I_{1a}}.$$

Les deux formules coïncideraient si on avait $I_{1b} = I_{1a}$, ce qui n'est pas tout à fait exact, puisque, dans le cas b) la présence de l'harmonique 3 modifie la valeur du terme fondamental.

Le rapport n'est ici que $\frac{6,04}{5,93} = 1,018$, soit une erreur de moins de 2 pour 100. Cette erreur serait beaucoup plus grande si la tension homopolaire à vide n'était pas nulle.

B. Court-circuit monophasé entre deux phases. — Il n'y a pas de composante homopolaire de courant $X^0 = 0$.

Les calculs du paragraphe XV s'appliquent si l'on suppose toujours

$$\left(\frac{B}{p} \right)_{\infty} = \left(\frac{B}{p} \right)_{21\omega_r}.$$

Il faut, d'autre part, séparer le terme fondamental dans la valeur du courant de court-circuit. Avec les hypothèses formulées, les harmoniques sont en progression géométrique de raison k (voir formules 15-3 et 15-3 bis). On a

$$I^2_c = I^2_{1c} (1 + k^2 + k^4 + \dots) = \frac{I^2_{1c}}{1 - k^2}$$

d'où

$$I_{1c} = I_c \sqrt{1 - k^2};$$

k peut être mesuré par l'amplitude relative des premiers harmoniques, si l'on dispose d'un shunt résonnant bien étalonné. On peut aussi le déduire de certains essais statiques. On peut alors calculer ce que nous continuerons à appeler les deux inductances subtransitoires l''_1 et l''_t .

EXEMPLE NUMÉRIQUE. — La même machine qu'au paragraphe précédent a donné pour le court-circuit entre deux bornes la droite $I_c = 9,50 \, i$.

Les essais statiques donnent $k = 0,043$, la correction $\sqrt{1 - k^2}$ est pratiquement négligeable devant les erreurs expérimentales.

Soit, pour l'impédance de court-circuit

$$Z_c = \frac{50,9}{9,5} = 5,36 \, \Omega.$$

Une première valeur approchée de $\omega_r \sqrt{l''_t l''_1}$ est donc

$$\omega_r \sqrt{l''_t l''_1} = 5,36 - 4,96 = 0,40 \, \Omega$$

d'où

$$2 R_1 \frac{\mathcal{L}_1(1 + \varpi) + \sqrt{l''_t l''_1}}{\mathcal{L}_1(1 - \varpi) + \sqrt{l''_t l''_1}} = 0,272 \frac{5,36}{2,77} = 0,526 \, \Omega$$

et enfin

$$\omega_r \mathcal{L}_1(1 + \varpi) + \omega_r \sqrt{l''_t l''_1} = \sqrt{5,36^2 - 0,526^2} = 5,34 \, \Omega$$

d'où

$$\omega \sqrt{l''_t l''_1} = 5,34 - 4,95 = 0,39 \, \Omega$$

et

$$\omega_r l''_t = 0,39 \times \frac{1 + 0,043}{1 - 0,043} = 0,425 \, \Omega,$$

$$\omega_r l''_1 = 0,39 \times \frac{1 - 0,043}{1 + 0,043} = 0,36 \, \Omega$$

XXI. Utilisation des tensions résiduelles. — Une première constatation, qualitative, au sujet des trois tensions, quand celles-ci ne sont pas respectivement proportionnelles à 1, 2 et 3, confirme la nécessité d'utiliser les équations (18-2).

Sur la machine déjà étudiée (fig. 13), on a trouvé

$$\begin{aligned} U_{cc} &= 3,46 \, i, \\ U_a &= 5,50 \, i, \\ 3 U_d &= 7,98 \, i; \end{aligned}$$

ces trois tensions n'étant pas sinusoïdales, il n'est pas possible de tracer un triangle des tensions dont on déduirait U^0 .

Pour pouvoir tirer de ces mesures des résultats quantitatifs, il faudrait faire l'analyse harmonique des trois tensions, ce qui permettrait, par des diagrammes élémentaires de connaître les harmoniques de U^0 . En portant ces valeurs dans la première équation (18-2) on pourrait calculer

$$-^2 Z^0_{(j=1\omega)}.$$

Les autres équations ne donneraient que des vérifications.

En l'absence de cette analyse, il est quand même possible

d'effectuer une de ces vérifications dans l'autre sens ; en effet le terme d'ordre 3 de l'équation (18-2) en Y^d donne

$$\left. \begin{aligned} -\vec{U}_3^d &= \vec{I}^d [k^0 Z^d_{p=3j\omega_r} - \varepsilon^2 Z^d_{p=3j\omega_r}] \\ \text{avec} \quad I_d &= \frac{I_{1c}}{\sqrt{3}} \end{aligned} \right\} \quad (21-1)$$

le terme d'ordre 1 de la même équation donne :

$$-\vec{U}_1^d = -2Z^d_{p=j\omega_r} \vec{I}_{1c}^* + Z^d_{p=j\omega_r} \vec{I}_{1c} \sim \vec{U}_{(n \text{ vide})} \quad (21-2)$$

Sil'on néglige les parties réelles des Z , $\vec{I}_{1c}$ et $\vec{I}_{1c}^*$ sont en oppo-

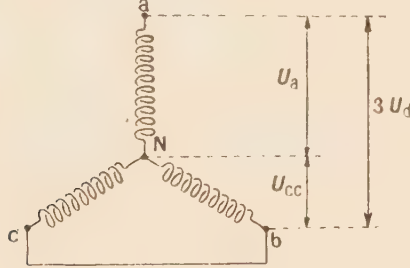


Fig. 13. — Schéma des tensions résiduelles.

sition et $(-2Z^d + Z^d)_{p=j\omega_r}$ est l'impédance de court-circuit triphasé équilibré sans liaison avec le neutre.

Enfin, on doit avoir

$$(U_1^d)^2 + (U_3^d)^2 = (U^d)^2.$$

Application numérique. — On a

$$\vec{U}_3^d = \frac{9,5}{\sqrt{3}} [0,043 (R_1 + 0,39 j) + 0,03 j]$$

ou, en module

$$U_3^d = 0,26 i$$

d'où

$$U_1^d = i \sqrt{\left(\frac{7,98}{3}\right)^2 - 0,26^2} = 2,65 i.$$

L'équation (21-2) s'écrit, alors

$$2,65 i = 29,4 i - 4,96 \times \frac{9,5}{\sqrt{3}} i.$$

Les trois côtés du triangle (fig. 14) traduisant (21-2) sont respectivement proportionnels à 2,65 ; 29,4 et

$$4,96 \times \frac{9,5}{\sqrt{3}} = 27,2,$$

$${}^0Z^d = R_1 + pL^d = R_1 + p\mathfrak{L}_1 \left[\frac{1 + \varpi}{2} \frac{R_e + (p - j\omega_r)\sigma_e L_e}{R_e + (p - j\omega_r)L_e} + \frac{1 - \varpi}{2} \frac{R_t + (p - j\omega_r)\tau_t \mathfrak{L}_t}{R_t + (p - j\omega_r)\mathfrak{L}_t} \right]. \quad (22-1)$$

Dans les essais de court-circuit, nous devons considérer L^d pour $p = j\omega_r$ et $p = 3j\omega_r$, c'est-à-dire les quantités

$$\mathfrak{L}_1 \left[\frac{1 + \varpi}{2} + \frac{1 - \varpi}{2} \right] = \mathfrak{L}_1$$

et

$$\mathfrak{L}_1 \left[\frac{1 + \varpi}{2} \frac{R_e + 2j\omega_r\sigma_e L_e}{R_e + 2j\omega_r L_e} + \frac{1 - \varpi}{2} \frac{R_t + 2j\omega_r\tau_t \mathfrak{L}_t}{R_t + 2j\omega_r \mathfrak{L}_t} \right],$$

tandis que les essais statiques font intervenir

$$\mathfrak{L}_1 \left[\frac{1 + \varpi}{2} \frac{R_e + j\omega_r L_e}{R_e + j\omega_r L_e} + \frac{1 - \varpi}{2} \frac{R_t + j\omega_r \mathfrak{L}_t}{R_t + j\omega_r \mathfrak{L}_t} \right].$$

Nous avons déjà remarqué que la concordance entre ces deux dernières valeurs (pour $\omega = \omega_r$) nous permet d'admettre qu'elles concordent aussi avec la valeur pour $p = \infty$.

On peut aller plus loin et, par des développements élémentaires, montrer que $L^d_{(p=3j\omega_r)}$ est pour $\omega_r = \omega$, sensiblement

ce qui donne pour le déphasage

$$\alpha = 2^\circ 47' \pm 23'$$

car le rapport $\frac{27,2}{29,4}$ n'est pas connu à mieux de 6 pour 1 000 ; le calcul de ce déphasage par les parties réelles des impédances donne $2^\circ 54'$, la vérification est très satisfaisante.

Remarque. — La quantité $\omega_r \sqrt{l''_1 l''_t}$ a été obtenue par différence entre deux mesures voisines

$$5,34 \pm 0,02 \quad \text{et} \quad 4,95 \pm 0,02,$$

c'est-à-dire

$$\omega_r \sqrt{l''_1 l''_t} = 0,39 \pm 0,04,$$

même en admettant que les erreurs se compensent en partie, l'erreur relative est d'au moins 5 pour 100.

Cette conclusion est encore aggravée dans le cas d'un court-circuit déséquilibré avec composante homopolaire par suite de l'augmentation du nombre de paramètres en présence, du fait que X^0 n'est plus nul. La détermination de Z^0 par ce procédé serait entachée d'erreurs expérimentales inadmissibles.

L'utilisation des harmoniques des tensions résiduelles

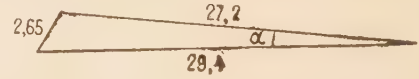


Fig. 14. — Diagramme des tensions.

serait plus correcte en elle-même, mais sa précision globale est limitée par les analyses harmoniques initiales.

XXII. Essais statiques. — La machine étant à l'arrêt, se comporte comme un système d'inductances inertes et *non déformantes* (en l'absence de saturation, bien entendu). Il n'y a pas d'alimentation rotorique, la matrice se réduit aux termes en X . La vitesse de rotation étant nulle, les équations ne sont plus fonctionnelles. Les grandeurs restent sinusoïdales et la théorie des composantes symétriques s'applique intégralement.

Par contre, les valeurs des Z qui interviennent ne sont pas les mêmes que dans les essais de court-circuit.

Par exemple, dans un alternateur sans amortissement longitudinal, en limitant r et s à ± 1 , il vient

la moyenne arithmétique entre $L^d_{(\infty)}$ et L^d_{statique} , et que les différences sont sensiblement réelles dans Z^d et de l'ordre de grandeur de R_1 ce qui rend un peu illusoire les corrections de résistance faites dans les calculs précédents pour passer des impédances aux réactances.

En effet, une fonction telle que

$$\frac{R_e + p\sigma_e L_e}{R_e + pL_e}$$

peut s'écrire

$$\frac{(R_e + p\sigma_e L_e)(R_e - pL_e)}{R_e^2 - p^2 L_e^2} = \frac{R_e^2 - p^2 \sigma_e L_e^2 - pR_e L_e(1 - \sigma_e)}{R_e^2 - p^2 L_e^2}$$

pour $p = j\omega_r$, R_e^2 est négligeable devant $\omega_r^2 L_e^2$, la fraction devient alors

$$\sigma_e + (1 - \sigma_e) \frac{R_e}{pL_e}.$$

On en déduit

$$Z_{\text{d stat}} = R_1 + j\omega L_1 \left\{ \frac{1+\overline{\omega}}{2} \left[\sigma_e + (1-\sigma_e) \frac{R_e}{j\omega L_e} \right] + \frac{1-\overline{\omega}}{2} \left[\sigma_t + (1-\sigma_t) \frac{R_t}{j\omega L_t} \right] \right\}$$

ou

$$Z_{\text{d stat}} = R_1 + \frac{1+\overline{\omega}}{2} (1-\sigma_e) R_e \frac{L_1}{L_e} + \frac{1-\overline{\omega}}{2} (1-\sigma_t) R_t \frac{L_1}{L_t} + j\omega L_1 \left[\frac{1+\overline{\omega}}{2} \sigma_e + \frac{1-\overline{\omega}}{2} \sigma_t \right]. \quad (22-2)$$

D'autres différences apparaîtraient si, au lieu de se limiter à ± 1 , on allait jusqu'à ± 3 , pour r et s , mais les termes correspondants sont, le plus souvent, négligeables relativement aux autres causes d'erreurs.

Il en serait de même si nous utilisions une forme plus complète que (8-4).

Remarque. — Considérons d'abord la formule (20-2)

$$Z_{\text{cc}} = R_1 \frac{1+\overline{\omega}}{1-\overline{\omega}} + j\omega L_1 (1+\overline{\omega}),$$

qui donne l'impédance de court-circuit triphasé équilibré sans courant homopolaire, la partie réelle est $R_1 \frac{1+\overline{\omega}}{1-\overline{\omega}}$ alors que la résistance de la machine n'est que R_1 , cela ne veut pas dire que, pendant le court-circuit, les pertes par effet Joule soient multipliées par $\frac{1+\overline{\omega}}{1-\overline{\omega}}$. Cette formule permet seulement de calculer le courant de court-circuit en grandeur et en phase par rapport à la force électromotrice à vide, mais cette dernière n'est pas la force électromotrice pendant le court-circuit. Le phénomène est analogue à celui qui se produit dans une machine à courant continu en charge, la réaction magnétique d'induit provoque une *chute de tension* mais non pas une *perte d'énergie*.

La même remarque s'applique aux formules (20-7) et (15-5 bis). Par contre, dans la formule (22-2)

$$Z = R_1 + \frac{1+\overline{\omega}}{2} (1-\sigma_e) R_e \frac{L_1}{L_e} + \frac{1-\overline{\omega}}{2} (1-\sigma_t) R_t \frac{L_1}{L_t} + j\omega L_1 \left[\frac{1+\overline{\omega}}{2} \sigma_e + \frac{1-\overline{\omega}}{2} \sigma_t \right],$$

les termes correctifs correspondent maintenant à de véritables effets Joule qui apparaissent, par induction, dans les circuits rotoriques.

Pour la réalisation des essais, on peut utiliser des alimentations monophasées ou polyphasées. Dans ce dernier cas, il faut distinguer suivant que l'on impose un système équilibré de tensions ou de courants, car, seule, une machine à amortissement optimum peut être, à la fois, équilibrée en tension et en courant dans un essai statique.

Puisque la théorie des composantes symétriques s'applique, ici, sans restriction, le plus simple est de donner une théorie générale des essais statiques déséquilibrés qui sera valable dans tous les cas, y compris les essais monophasés.

L'étude du paragraphe IV sur la symétrie des coefficients prouve qu'il ne reste plus que quatre constantes que nous désignerons par A_s, B_s, C_s et D_s .

$$\begin{aligned} A_s &= {}^0Z_{\text{d stat}} = {}^0Z_{\text{t stat}}, \\ B_s &= {}^{-2}Z_{\text{d stat}} = {}^{+2}Z_{\text{t stat}}, \\ C_s &= {}^{-2}Z_{\text{d stat}} = {}^{+2}Z_{\text{e stat}} = {}^{-2}Z_{\text{t stat}} = {}^{+2}Z_{\text{d stat}}, \\ D_s &= {}^0Z_{\text{e stat}}. \end{aligned}$$

La matrice fondamentale s'écrit alors en changeant le

signe des Y (nous sommes manifestement en fonctionnement « récepteur »)

$$\begin{aligned} Y^0 &= C_s(X^d \varepsilon^2 + X^i \varepsilon^{-2}) + D_s X^0, \\ Y^d &= A_s X^d + B_s X^i \varepsilon^2 + C_s X^0 \varepsilon^{-2}, \\ Y^i &= B_s X^d \varepsilon^{-2} + A_s X^i + C_s X^0 \varepsilon^{+2}. \end{aligned}$$

Pour déterminer A_s, B_s, C_s, D_s , deux essais différents sont nécessaires. Le plus simple consiste à faire un essai à $X^0 = 0$, puis un autre à $X^d = X^i = 0$, quand cela est possible, par la mise en série des trois phases.

Le deuxième essai donne immédiatement C_s et D_s sans aucun calcul ; le premier donne

$$A_s = \frac{X^d Y^d \varepsilon^{-2} - X^i Y^i \varepsilon^{+2}}{(X^d)^2 \varepsilon^{-2} - (X^i)^2 \varepsilon^{+2}} \quad (22-3)$$

et

$$B_s = \frac{X^d Y^i - X^i Y^d}{(X^d)^2 \varepsilon^{-2} - (X^i)^2 \varepsilon^{+2}}. \quad (22-4)$$

Si nous admettons (?) que A_s et B_s permettent de calculer les impédances (?) subtransitoires nous avons les relations

$$Z''_1 = A_s + B_s, \quad Z''_t = A_s - B_s,$$

d'où

$$Z''_1 = \frac{X^d(Y^d \varepsilon^{-2} + Y^i) - X^i(Y^d + Y^i \varepsilon^2)}{(X^d)^2 \varepsilon^{-2} - (X^i)^2 \varepsilon^{+2}} = \frac{Y^d + Y^i \varepsilon^2}{X^d + X^i \varepsilon^2} \quad (22-5)$$

et

$$Z''_t = \frac{X^d(Y^d \varepsilon^{-2} - Y^i) + X^i(Y^d + Y^i \varepsilon^2)}{(X^d)^2 \varepsilon^{-2} - (X^i)^2 \varepsilon^{+2}} = \frac{Y^d - Y^i \varepsilon^2}{X^d - X^i \varepsilon^2}. \quad (22-6)$$

Ce sont exactement, aux symboles près, les formules de Tracy et Tice [219].

Enfin, on a

$$C_s = \frac{Y^0}{X^d \varepsilon^2 + X^i \varepsilon^{-2}} \quad \text{ou} \quad C_s = \frac{Y^d}{X^0 \varepsilon^{-2}} = \frac{Y^i}{X^0 \varepsilon^2}. \quad (22-7)$$

Interprétation des mesures. — La position du rotor s'introduit par ε . On peut, soit se placer dans des positions particulières pour lesquelles $\varepsilon^2 = \pm 1$, soit se placer dans une position quelconque et déterminer ε correspondant. C'est ce que font Tracy et Tice [219] mais leur procédé de mesure du calage peut être très simplifié en considérant les composantes symétriques. En effet : on alimente l'inducteur par une ten-

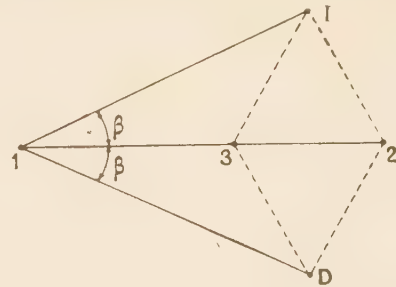


Fig. 15. — Diagramme des tensions pour l'interprétation des essais statiques.

sion sinusoïdale convenable et on relève les trois tensions aux bornes du stator.

Les formules (8-3) restent valables ; aux seconds membres, seul y^e n'est pas nul,

$$\omega_r = 0 \text{ donc } C = C^*, \quad Y^d_{+1} = Y^d, \quad Y^i_{+1} = Y^i,$$

il reste

$$\begin{aligned} -Y^d &= C_\varepsilon y^e, \\ -Y^i &= C_{\varepsilon^{-1}} y^e \end{aligned}$$

d'où enfin

$$\varepsilon^2 = \frac{Y^d}{Y^i}. \quad (22-8)$$

Les trois tensions u_a , u_b , u_c sont en phase et se représentent par trois points alignés, soit par exemple

$$u_a = 23, \quad u_b = 31, \quad u_c = 12.$$

Sur 2-3 comme base, construisons (fig. 15) deux triangles équilatéraux D 2.3 et I.3.2.

$$D1 = 3 U^d \text{ et } I1 = 3 U^i$$

ce qui donne aussitôt β tel que $e^{j\beta} = \varepsilon$.

J'ai appliqué cette méthode à la machine déjà étudiée.

Pour un premier point, d'angle $\beta = -75^\circ \frac{1}{2}$ j'ai trouvé

$$Z''_1 = 0,41 \text{ avec un angle de } 57^\circ,$$

$$Z''_t = 0,47 \text{ avec un angle de } 58^\circ.$$

Pour un deuxième point tel que $\beta = -107^\circ \frac{1}{2}$

$$Z''_1 = 0,40 \text{ avec } 55^\circ,$$

$$Z''_t = 0,47 \text{ avec } 60^\circ.$$

Pour un troisième point tel que $\beta = -174^\circ \frac{1}{2}$

$$Z''_1 = 0,40 \text{ avec } 57^\circ \frac{1}{2},$$

$$Z''_t = 0,45 \text{ avec } 59^\circ.$$

On en déduit, pour la composante imaginaire de Z''_1 les trois valeurs :

0,344 — 0,327 — 0,337, et pour celle de Z''_t : 0,398, 0,407, 0,385.

Tandis que les composantes réelles sont :

$$\text{pour } Z''_1 \quad 0,223, \quad 0,229, \quad 0,215$$

$$\text{pour } Z''_t \quad 0,249, \quad 0,236, \quad 0,231$$

La fréquence d'alimentation n'était que 24 Hz, au lieu de 25 Hz, fréquence normale.

On peut donc prendre pour s''_1 la valeur moyenne

$$0,336 \times \frac{25}{24} = 0,350$$

et pour s''_t

$$0,397 \times \frac{25}{24} = 0,414.$$

Les résistances apparentes moyennes sont 0,22 et 0,24 au lieu de 0,136 Ω ; les majorations de résistances sont bien de l'ordre de grandeur prévu.

Pour les valeurs imaginaires, la concordance avec l'essai de court-circuit est largement à l'intérieur du domaine des erreurs possibles.

XXIII. Mesure de la réactance transversale.

A. Méthode de glissement. — La réactance transversale est l'un des paramètres fondamentaux des machines synchrones à pôles saillants, la multiplicité des méthodes proposées prouve à quel point sa mesure est délicate.

Il est évident que toutes les méthodes par induction sont entachées d'erreurs dès qu'il existe, sur le rotor, des circuits fermés; elles ne sont donc valables que pour les machines non amorties, dont le corps des pôles est feuilleté, ce qui est l'exception.

Les méthodes qui utilisent l'alimentation par un système de courants synchrones de phase réglable ne peuvent pas être industrielles : l'accouplement d'une machine auxiliaire est très simple sur une plate-forme de laboratoire pour des puissances de quelques dizaines de kilowatts; ce qui n'est pas possible avec des générateurs réels.

La méthode de glissement [104] paraît à l'abri de toute critique, c'est d'ailleurs celle qui est couramment employée. Nous allons voir, pourtant, qu'elle peut entraîner des erreurs systématiques inadmissibles.

Elle suppose en effet que le glissement numérique est assez

petit pour que les phénomènes d'induction rotorique soient négligeables, ce qui n'est pas possible puisque c'est au voisinage de $p = j\omega_r$ que les paramètres fondamentaux varient le plus vite lorsque p parcourt l'axe imaginaire; et ceci d'autant plus que les constantes de temps sont plus élevées,

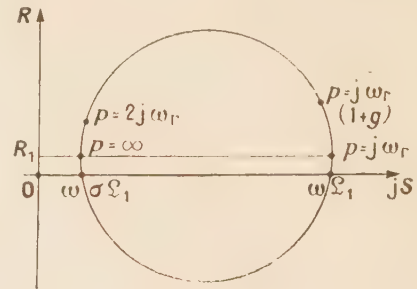


Fig. 16. — Acrogramme circulaire de l'essai de glissement.

c'est-à-dire que le point correspondant à $p = 2j\omega_r$ est plus près de celui correspondant à $p = \infty$ (fig. 16).

Or, en général, on ne recherche pas une valeur particulièrement réduite du glissement, à tel point que l'inertie des appareils de mesure ne permet plus des mesures correctes et qu'on les remplace par un enregistrement oscillographique simultané de U et de I .

On en déduit le rapport des valeurs extrêmes de U et celui des valeurs extrêmes de I ; l'on en tire le rapport des deux réactances globales longitudinale et transversale, la première étant connue par l'essai de court-circuit, il est facile de calculer la seconde. Ce faisant, on ne s'aperçoit pas que la réactance longitudinale de l'essai de glissement est nettement plus faible que celle de l'essai de court-circuit, mais aussi on corrige en partie l'erreur car les deux réactances ont, en fonction de g , des variations similaires; l'idéal serait qu'elles restent proportionnelles; malheureusement cela n'est pas possible.

Il faut donc revenir à des valeurs très petites du glissement, de l'ordre de 1 pour 1 000 si possible. On se heurte alors à une difficulté d'ordre mécanique : le couple synchronisant dû aux pôles saillants, en l'absence d'excitation, provoque une synchronisation automatique de la machine dès que le glissement est inférieur à un minimum qui dépend, bien entendu, de

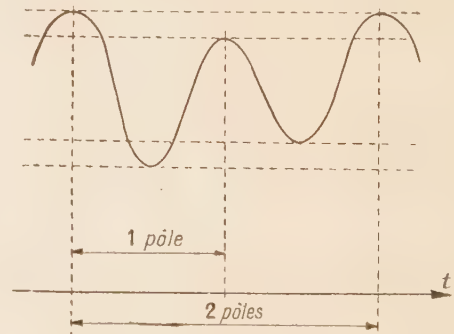


Fig. 17. — Courbe de U ou de I en fonction de t entre deux pôles consécutifs.

la nature du moteur d'entraînement, mais aussi des courants envoyés dans le stator. On peut donc chercher à réduire la tension d'alimentation, mais ceci exagère un nouveau défaut dû, maintenant, à l'hystérésis et au magnétisme rémanent.

On constate que les valeurs extrêmes de même sens de U ou de I , se différencient entre deux pôles consécutifs, la période

globale du phénomène étant celle du glissement de deux pôles (fig. 17).

Sous l'action des courants statoriques, l'état magnétique du rotor décrit lentement un petit cycle d'hystérésis voisin du rémanent, ce cycle n'étant pas symétrique par rapport à l'origine (fig. 18) (paragraphe XIX. A.), deux pôles consécutifs ne se présenteront pas de la même façon. En alimentant à travers une impédance convenable, pour que I soit à peu près constant, il est possible de trouver un minimum nul pour U .

Enfin, l'emploi d'un courant d'intensité très petite donnerait une tension presque constante, voisine de celle correspondant à l'aimantation rémanente.

La seule solution est de travailler avec un courant d'intensité assez grande pour que la tension correspondant à l'aimantation rémanente soit négligeable devant la tension de service.

Même en supposant, alors, que le statisme du moteur d'entraînement permette d'atteindre un glissement assez petit, une dernière difficulté de mesure se présente.

Si nous considérons le courant I qui alimente une borne de la machine, la seule tension correspondante (au sens des variations simultanées du module) est celle V entre cette borne et le neutre. Or, cette tension fait intervenir des éléments homopolaires et, par suite, ne peut pas être utilisée. Il n'est donc pas possible d'enregistrer à l'oscillographe

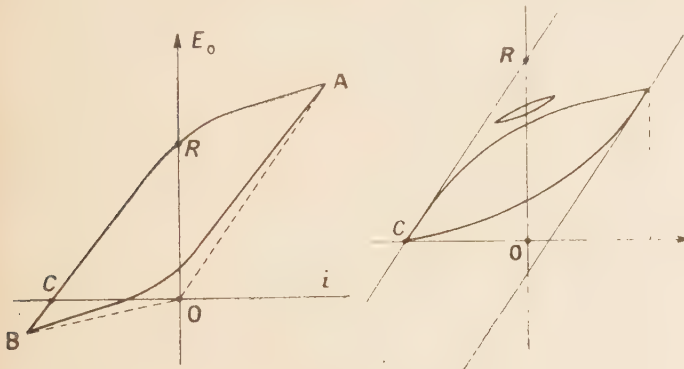


Fig. 18. — Cycles d'hystérésis pendant l'essai de glissement.

des éléments vraiment simultanés. Pour être à l'abri de toute erreur possible d'interprétation, il faut utiliser, ou bien une tension d'alimentation rigoureusement constante (malgré les variations de consommation) ou bien un courant constant (malgré les variations de tension). Aucune de ces deux méthodes extrêmes n'est facilement réalisable.

Voici quelques résultats numériques :

pour des battements ayant une période de 30 s, le courant I variant entre 1 et 1,015 A, les valeurs extrêmes successives de la tension entre bornes sont

$$3,65, \quad 5,85, \quad 3,475, \quad 5,55 \text{ V};$$

même en prenant pour Z_1 le maximum maximorum, on n'obtient que

$$Z_1 = \frac{5,85}{\sqrt{3} \times 1,015} = 3,38$$

au lieu de 4,96, tandis que Z_4 évolue entre

$$\frac{3,475}{\sqrt{3} \times 1,015} = 1,98 \quad \text{et} \quad \frac{3,65}{\sqrt{3} \times 1,015} = 2,07.$$

Dans les mêmes conditions, la tension entre neutre et phase était

$$2,25, \quad 3,05, \quad 2,175, \quad 3,225 \text{ V}$$

Z_1 maximum donne 3,22 et Z_4 évolue entre

$$\frac{2,175}{1,015} = 2,14 \quad \text{et} \quad \frac{2,25}{1,015} = 2,22$$

Avec un courant d'alimentation plus intense, mais un battement de 20 s seulement, les variations sont sensiblement symétriques, soient :

$$I \text{ entre } 7 \text{ A et } 11,6 \text{ A,} \\ U \text{ entre } 46 \text{ V et } 48,5 \text{ V,}$$

ce qui donne

$$Z_1 = \frac{48,5}{7\sqrt{3}} = 4,0 \Omega,$$

et

$$Z_4 = \frac{46}{11,6\sqrt{3}} = 2,30 \Omega.$$

B. Autoamorçage sur capacité. — La théorie classique de l'autoamorçage synchrone fait intervenir les deux réactances totales, longitudinale et transversale. Si l'on impose, en plus, une charge active, l'ensemble peut se traduire par un diagramme circulaire.

Reprenons les équations (8-4). Sans liaison au neutre, X^0 est égal à zéro ; les équations (8-4) sont alors équivalentes à (8-2) ou à (8-3). En régime synchrone, il faut faire $p = 0$; tous les éléments rotoriques sont nuls, il reste

$$Y_{+1}^d = (R_1 + j\omega_r L_1) X_{+1}^d + \pi j\omega_r L_1 \varepsilon^2 X_{-1}^d, \quad (23-1) \\ -Y_{-1}^d = -\pi j\omega_r L_1 \varepsilon^{-2} X_{+1}^d + (R_1 - j\omega_r L_1) X_{-1}^d.$$

Soient R et C les éléments, branchés en parallèle, du circuit de débit ; on a

$$\left. \begin{aligned} X^d &= \left(\frac{1}{R} + pC \right) Y^d, \\ X^i &= \left(\frac{1}{R} + pC \right) Y^i \end{aligned} \right\} \quad (23-2)$$

d'où, pour $p = 0$

$$\left. \begin{aligned} Y_{+1}^d &= \frac{R}{1 + j\omega_r RC} X_{+1}^d, \\ Y_{-1}^d &= \frac{R}{1 - j\omega_r RC} X_{-1}^d; \end{aligned} \right\} \quad (23-3)$$

en éliminant les Y , il reste

$$\left. \begin{aligned} \left(R_1 + j\omega_r L_1 + \frac{R}{1 + j\omega_r RC} \right) X_{+1}^d + \pi j\omega_r L_1 \varepsilon^2 X_{-1}^d &= 0, \\ -\pi j\omega_r L_1 \varepsilon^{-2} X_{+1}^d + \left(R_1 - j\omega_r L_1 + \frac{R}{1 - j\omega_r RC} \right) X_{-1}^d &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (23-4)$$

l'état d'autoamorçage critique correspond à la valeur nulle du déterminant des coefficients, c'est-à-dire

$$\left. \begin{aligned} \left(R_1 + j\omega_r L_1 + \frac{R}{1 + j\omega_r RC} \right) \\ \times \left(R_1 - j\omega_r L_1 + \frac{R}{1 - j\omega_r RC} \right) - \pi^2 \omega_r^2 L_1^2 \varepsilon^2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (23-5)$$

que l'on peut écrire

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{R^2} - \omega_r^2 C^2 - \frac{2R_1}{R_1^2 - \omega_r^2 L_1^2 (1 - \pi^2)} + \frac{1}{R} \\ - \frac{2\omega_r L_1}{R_1^2 - \omega_r^2 L_1^2 (1 - \pi^2)} \times \omega_r C + \frac{1}{R_1^2 + \omega_r^2 L_1^2 (1 - \pi^2)} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (23-6)$$

Dans un plan représentatif en $x = \frac{1}{R}$ et $y = \omega_r C$, l'équation

(1) Il est possible que cette critique d'ensemble de la méthode de glissement paraisse trop sévère et que, pour certaines machines, il existe effectivement un état de fonctionnement satisfaisant ; mais les expériences prouvent qu'elle est entièrement valable pour la machine étudiée, pourtant parfaitement normale pour sa puissance (50 kV-A).

(23-6) se traduit par une circonférence dont le centre est déterminé par

$$\left. \begin{aligned} x_c &= -\frac{R_1}{R_1^2 + \omega_r^2 \mathcal{L}_1^2 (1 - \varpi^2)} \\ y_c &= \frac{\omega_r \mathcal{L}_1}{R_1^2 + \omega_r^2 \mathcal{L}_1^2 (1 - \varpi^2)} \end{aligned} \right\} (23-7)$$

et
et de rayon

$$r = \frac{\omega_r \mathcal{L}_1}{R_1^2 + \omega_r^2 \mathcal{L}_1^2 (1 - \varpi^2)}$$

On peut remarquer que ce diagramme représente les valeurs de l'admittance du réseau branché sur la machine et pour lesquelles l'état d'autoamorçage critique est réalisé.

Dans la généralité des cas, R_1 est négligeable devant $\omega_r^2 \mathcal{L}_1^2 (1 - \varpi^2)$ (pour la machine étudiée, l'erreur est de 1,6 pour 1 000). Les formules se simplifient et il vient

$$\left. \begin{aligned} x_c &= -\frac{R_1}{S_1 S_t} \\ y_c &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_t} \right) \\ r &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{S_1} - \frac{1}{S_t} \right) \end{aligned} \right\} (23-7 \text{ bis})$$

en posant

$$\omega_r \mathcal{L}_1 (1 + \varpi) = S_1$$

et

$$\omega_r \mathcal{L}_1 (1 - \varpi) = S_t$$

J'ai pensé que l'on pourrait relever expérimentalement une partie de cette circonférence (fig. 19) et s'en servir, après prolongement graphique, pour déterminer S_t .

Expérimentalement, les résultats ne furent pas aussi satisfaisants qu'on pouvait l'espérer, mais je crois que les difficultés rencontrées méritent d'être signalées.

Normalement, ce n'est pas la capacité C qui est réglable, mais la vitesse de la machine. Un circuit extérieur R, C étant donné, la vitesse ω est réglée, en valeur croissante, jusqu'à l'obtention de l'autoamorçage. Les valeurs de R et de C sont alors corrigées pour calculer les coordonnées du point correspondant à la vitesse constante ω_r .

En négligeant R_1 dans le dénominateur, l'équation de la circonférence peut s'écrire

$$\left[\frac{\omega_r}{R} + \frac{R_1}{\omega_r \mathcal{L}_1^2 (1 - \varpi^2)} \right]^2 + \left[\omega_r C - \frac{1}{\mathcal{L}_1 (1 - \varpi^2)} \right]^2 = \frac{\varpi^2}{\mathcal{L}_1^2 (1 - \varpi^2)^2} \quad (23-8)$$

Deux états R_a, C_a, ω_a et R_b, C_b, ω_b se correspondent si l'on a

$$\frac{\omega_a}{R_a} + \frac{R_1}{\omega_a \mathcal{L}_1^2 (1 - \varpi_a^2)} = \frac{\omega_b}{R_b} + \frac{R_1}{\omega_b \mathcal{L}_1^2 (1 - \varpi_b^2)},$$

$$\omega_a^2 C_a = \omega_b^2 C_b.$$

La correction de C est élémentaire $C' = C \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^2$, celle de R est plus délicate, puisqu'elle exige la connaissance de ϖ^2

$$\frac{1}{R'} = \frac{\omega}{\omega_r} \times \frac{1}{R} + \frac{R_1}{\omega_r^2 \mathcal{L}_1^2 (1 - \varpi^2)} \left(\frac{\omega_r}{\omega} - 1 \right),$$

mais le deuxième terme est assez petit pour que l'on puisse se contenter d'une première valeur approchée.

Lorsqu'on fait varier la vitesse, l'autoamorçage n'est pas toujours brutal; si l'on relève une courbe des variations de la tension, on constate qu'elle présente une grande analogie avec celle de l'amorçage d'une machine shunt et, ainsi, ne possède pas de point critique.

En effet, on peut donner une théorie élémentaire de l'autoamorçage sur capacité, qui conduit à examiner l'intersection de la courbe à vide et d'une droite passant par l'origine; cette dernière joue alors le rôle de la droite des inducteurs dans une machine shunt. Il suffit de tracer le diagramme de Blondel correspondant (fig. 20).

OF représente le courant d'excitation dû à la composante longitudinale du courant I débité.

OG représente le courant d'excitation nécessaire pour obtenir la force électromotrice OE . C'est cette relation qui fait intervenir la caractéristique à vide et la saturation.

Il y a autoamorçage quand OF est supérieur ou au moins égal à OG . La tension aux bornes augmente, le diagramme s'amplifie en restant semblable à lui-même, sauf OG qui croît plus vite que OE et peut ainsi rattraper OF ; il y a possibilité de stabilité du point d'équilibre.

Il est possible de retrouver l'équation (23-6) à partir du diagramme, et même de généraliser le résultat précédent: quelle que soit la nature du réseau, équilibré, son acrogramme

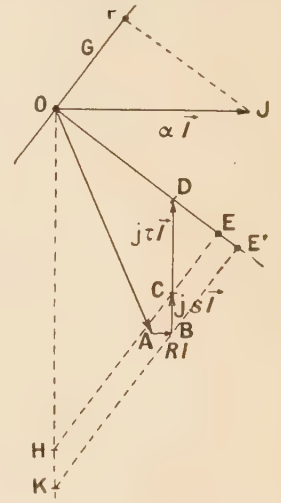


Fig. 20. — Diagramme relatif à l'autoamorçage sur capacité.

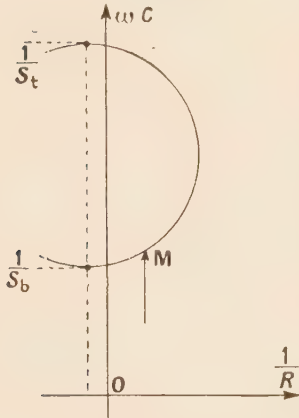


Fig. 19. — Diagramme circulaire de l'autoamorçage limite.

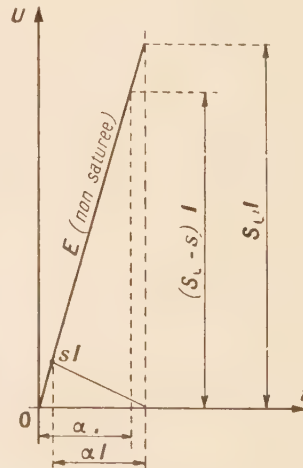


Fig. 21. — Diagramme relatif à la théorie de Potier.

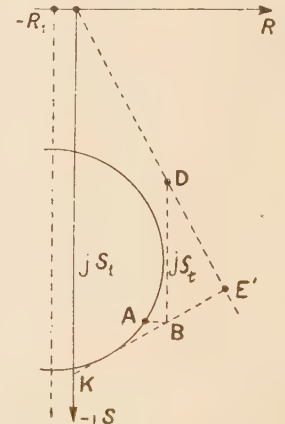


Fig. 22. — Diagramme d'impédance en autoamorçage.

d'admittance (de même que celui d'impédance) est une circonférence quand on parcourt la suite des états d'autoamorçage critique.

Utilisons des échelles telles que la longueur qui représente un certain courant d'excitation s'identifie avec celle qui repré-

sente la force électromotrice qui correspond à la non saturation et faisons tourner le triangle OJF de $-\frac{\pi}{2}$ (fig. 20).

$\overline{OJ}$ vient en $\overline{OH}$ dont la projection sur $\overline{OD}$ doit être égale à $\overline{OE}$, autrement dit, les points H et C doivent être sur la même normale à $\overline{OD}$. A l'échelle des tensions $\overline{OH} = -j(S_1 - s)I$ (théorie de Potier) (fig. 21). Prolongeons $\overline{OH}$ de $\overline{HK} = -jsI$, ce sont maintenant K et B qui doivent être sur la même normale à $\overline{OD}$.

En divisant par le courant, nous obtenons un diagramme d'impédance. $\overline{OA}$ représente l'impédance du réseau

$$\overline{OK} = S_1, \quad \overline{BD} = S_t, \quad \overline{AB} = R_1$$

le lieu de E' est une demi-circonférence de diamètre $\overline{OK}$,

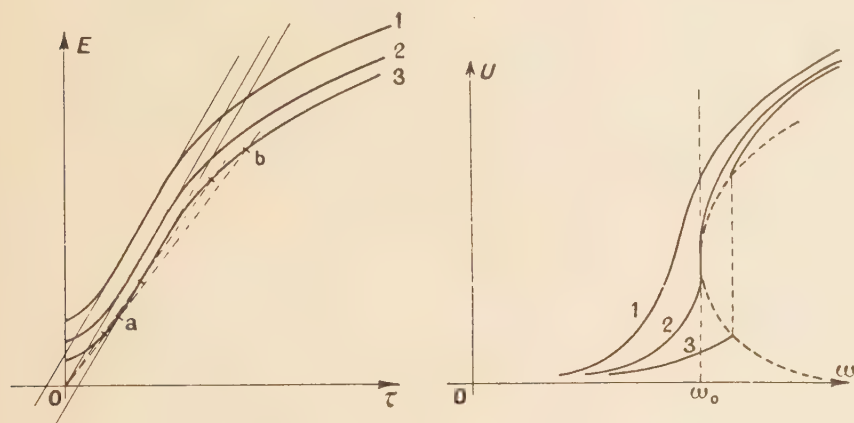


Fig. 23. — Caractéristiques de U en fonction de ω pour diverses positions de la partie droite de la caractéristique à vide.

celui de B, une demi-circonférence semblable à la précédente, celui de A, la translation $-R_1$ de celui de B.

Le diagramme d'impédance est ainsi une demi-circonférence de centre (fig. 22)

$$\left\{ \begin{array}{l} -R_1, \\ -j\left(\frac{S_1 + S_t}{2}\right), \end{array} \right.$$

et de rayon

$$\rho = \frac{S_1 - S_t}{2}.$$

Une simple inversion donne le diagramme d'admittance et ceci, quel que soit le réseau (machine synchrone surexcitée par exemple).

En particulier, on obtient directement le cas où le réseau est constitué par R et C en série (le plan représentatif est gradué en R et $-1/C\omega_r$) l'interprétation est un peu plus simple que pour R et C en parallèle, mais l'expérience exige une batterie de condensateurs plus puissante.

La forme de la courbe $U(\omega)$ va dépendre de la disposition par rapport à l'origine de la tangente au point d'inflexion de la caractéristique montante à vide, c'est-à-dire de ce qu'il est convenu d'appeler la *partie droite* de cette caractéristique (fig. 23).

Si cette partie droite passe *au-dessus* de l'origine, la courbe $U(\omega)$ est continue et présente, elle aussi, un point d'inflexion à tangente finie (cas n° 1).

Si la partie droite passe *par* l'origine, la courbe $U(\omega)$ possède un point d'inflexion à tangente verticale (cas n° 2).

Si enfin la partie droite passe *au-dessous* de l'origine, il

existe une plage de vitesse pour laquelle la droite d'auto-amorçage coupe la courbe à vide en trois points : deux points stables encadrent un point instable. La courbe $U(\omega)$ présente alors une discontinuité qui correspond au saut brusque du point a vers le point b .

En désaimantant plus ou moins partiellement le rotor avant chaque relevé de courbe, on peut obtenir, à volonté, les trois cas précédents. Pour une désaimantation complète, la pente initiale étant sensiblement la moitié de celle de la *partie droite*, la discontinuité aurait lieu pour une vitesse double de la vitesse critique, ce qui ne serait pas sans danger pour la machine. On peut sans doute expliquer ainsi les difficultés que l'on rencontre parfois quand on cherche à provoquer l'autoexcitation de machines entièrement feuilletées.

En définitive, pour chaque couple R, C , j'ai relevé une famille de courbes avec désaimantation initiale croissante et j'ai adopté pour ω_0 la vitesse correspondant à la tangente verticale du cas n° 2. Cette recherche est facilitée par la considération du lieu des extrémités des discontinuités; quoiqu'il apparaisse, alors, une nouvelle difficulté liée au statisme du moteur d'entraînement. Pendant la discontinuité, la machine se charge, la vitesse diminue, la courbe relevée prend l'aspect O A B C (fig. 24); est-on certain d'être resté sur la même courbe à vide?

Lors de l'interprétation définitive des résultats, une dernière difficulté apparaît dans la détermination de la capacité C par les mesures de U, I et ω sur un point d'autoamorçage stabilisé par la saturation :

Un contrôle oscillographique montre que la tension U est bien sinusoïdale, mais qu'il est loin d'en être de même pour le courant I , dont la valeur efficace doit être corrigée pour ne faire apparaître que le terme fondamental.

Remarquons que c'est exactement le même problème que pour la détermination du couple α, s de Potier par un essai capacitif : la construction classique (fig. 25) donne le point M' au lieu du point M , ce qui correspond, pour la valeur exacte de I à M'' . On obtient ainsi α légèrement trop grand et s nettement trop petit. Cette remarque s'oppose aux tentatives

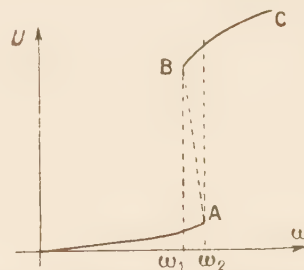


Fig. 24. — Courbe de U en fonction de ω .



Fig. 25. — Diagramme pour la détermination du couple α, s de Potier par un essai capacitif.

[51], [133] faites pour utiliser un couple de deux essais, l'un inductif, l'autre capacitif, et dont la théorie supposait seulement des déplacements de lignes de fuites.

On peut ainsi tracer point par point, la partie inférieure de la demi-circonférence caractéristique. La partie supérieure est inabordable, car les points d'équilibre sont instables [49]. Mais, puisque l'on peut, par approximations successives, calculer l'abscisse du centre, il est possible d'extrapoler le lieu complet.

Résultats expérimentaux. — La batterie de condensateurs est une batterie industrielle destinée à améliorer le facteur de puissance et fournissant, en principe, 45 kVar sous 440 V et 25 Hz.

La vitesse de rotation normale est de 750 t/mn.

Les vitesses d'autoamorçage s'échelonnent entre 725 et 800 t/mn. L'appréciation de la courbe à tangente verticale n'est pas très nette et, pour un même point, la dispersion des vitesses critiques observées peut atteindre une vingtaine de tours par minute.

La correction de courant pour tenir compte des harmoniques dans le calcul de la capacité

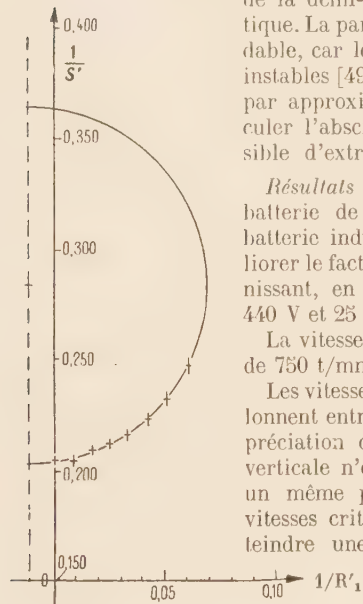


Fig. 26. — Diagramme circulaire relevé.

est délicate ; pour l'essai le plus net, l'oscillographe montre surtout un harmonique d'ordre 5 dont l'amplitude est sensiblement 0,3 du terme fondamental ; soit, pour la correction de la valeur efficace $\sqrt{1,09} = 1,044$. La valeur correspondante de la capacité conduisant à retrouver pour S_1 la valeur de Behn-Eschenburg, c'est elle que j'ai conservée ; elle correspond, avec 25 Hz, à une réactance de 4,60 Ω .

Pour les diverses résistances, les vitesses critiques moyennes observées ont été (fig. 26)

$R(\Omega)$	∞	120	60	40	30	24	20	17,15
$N(t/mn)$	726	726	735	739	748	759	774	800.

Les coordonnées correspondantes du diagramme sont alors :

$\frac{1}{R_1}$	0,0004	0,0085	0,0166	0,0248	0,0333	0,0421	0,0512	0,0614
$\frac{1}{S'}$	0,205	0,205	0,210	0,212	0,217	0,224	0,233	0,248.

Une première valeur approchée de S_t donne pour abscisse du centre

$$-\frac{0,136}{4,95 \times 2,5} = -0,0110.$$

On peut alors tracer la circonférence qui passe le plus près des points expérimentaux (fig. 20), on en déduit

$$\frac{1}{S_1} = 0,203 \quad \text{et} \quad \frac{1}{S_1} = 0,367.$$

d'où $S_1 = 4,93$ et $S_1 = 2,72$.

C. Méthode stroboscopique. — Sur les conseils du professeur A. Mauduit, j'ai mis au point une méthode stroboscopique pour mesurer le décalage interne d'une machine chargée et en déduire sa réactance transversale.

Dès 1899, A. Blondel [19] avait envisagé à cette fin de

placer un disque de Joubert en bout d'arbre ; mais il avait abandonné ce procédé au profit des méthodes statiques, car il lui reprochait d'exiger des essais en charge réelle, peut-être, aussi, lui trouvait-il un manque de sensibilité.

Il est bien évident que la mise au point d'une méthode d'essai n'exigeant qu'une puissance réduite par rapport à la puissance normale est tentante. Mais il faut reconnaître aussi que la réception d'une machine moderne, quelle que soit sa puissance, entraîne toujours des essais à pleine charge ; la méthode stroboscopique pourrait toujours être appliquée en même temps. On pourrait aussi la mettre en œuvre durant le fonctionnement en service normal, quoique la mesure du facteur de puissance risque d'entraîner quelques erreurs

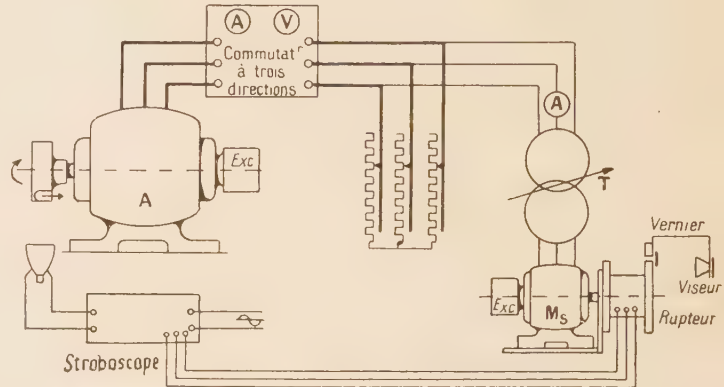


Fig. 27. — Schéma relatif aux essais par la méthode stroboscopique.

supplémentaires et que l'on ne soit plus maître de faire varier la tension. D'autre part, la mise au point des stroboscopes à décharge permet de rénover avec une sensibilité beaucoup plus grande, la vieille méthode du disque de Joubert.

J'ai utilisé un stroborama du type B, à commande par rupteur mécanique (fig. 27 à 30). Ce rupteur est entraîné par un moteur synchrone alimenté par l'alternateur étudié. Le stroboscope éclaire des repères tracés sur le manchon d'accouplement de l'alternateur. Par rotation du stator du rupteur, on amène chaque repère mobile en face d'un repère fixe et on lit la position correspondante du rupteur sur un cercle gradué. Pour tirer parti de la sensibilité du stroboscope, le simple repère fourni par le constructeur a été remplacé par un vernier au dixième de degré ; pour éviter les erreurs

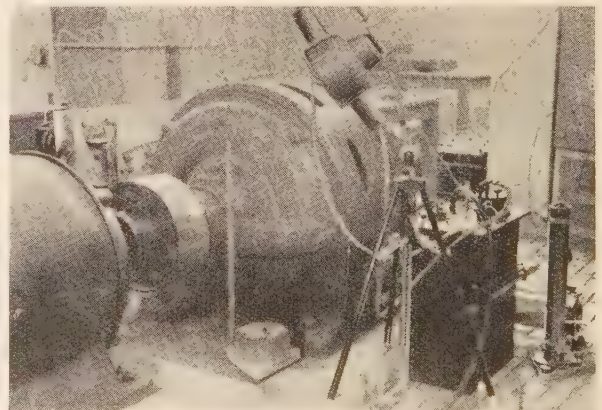


Fig. 28. — Vue d'ensemble du dispositif stroboscopique et de l'alternateur en essai.

de parallaxe, les lectures se font au moyen d'une loupe munie d'un œilleton de 2 mm de diamètre (fig. 29).

L'alternateur et le moteur synchrone étant, tous deux, tétrapolaires, j'ai tracé sur le manchon d'accouplement quatre

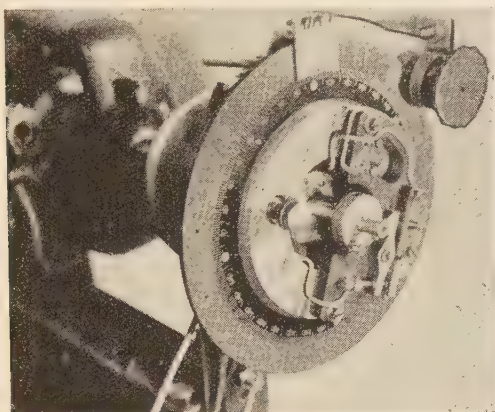


Fig. 29. — Vue du rupteur et du disque gradué.

marques de peinture blanche, à 90° environ les unes des autres; ces marques, numérotées pour éviter toute erreur d'identification, ont

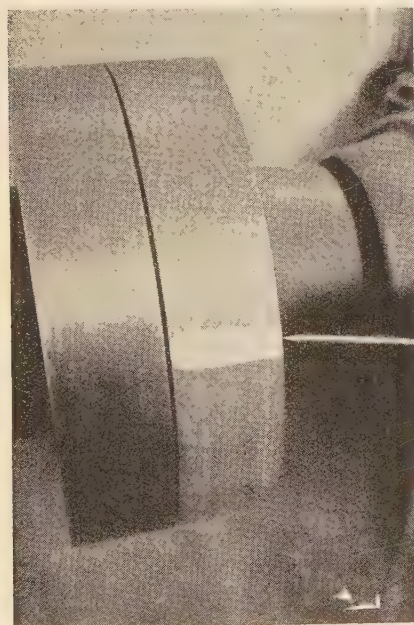


Fig. 30. — Vue relative au repérage stroboscopique (Temps de pose 10 s, soit 125 éclairs).

reçu, chacune, un trait de trusquin formant le repère mobile; le repère fixe est constitué par la pointe du même trusquin, placée au bord du manchon, dans le prolongement d'une génératrice du cylindre extérieur afin d'éviter toute parallaxe. La photographie (fig. 30) a été prise en marche avec une pose de 10 s, ce qui correspond à 125 éclairs, la finesse du repère montre la stabilité des images.

La présence de quatre repères en quadrature permet d'éliminer les erreurs d'excentricité et, en partie, celles de graduation du disque. A titre de sécurité, j'ai parfois fait deux tours complets de la tête du rupteur, c'est-à-dire huit lectures pour un même point; la dispersion des lectures sur le même repère s'est souvent montrée en moyenne inférieure au 1/10° de degré.

L'alternateur était chargé par des résistances constituées par des fils de nickel-chrome tendus sur des poulies en porcelaine: leur déphasage est parfaitement négligeable et leur équilibrage, en triphasé, excellent.

Ces résistances se présentaient en douze ensembles fractionnables identiques que l'on pouvait regrouper de six façons différentes, depuis le montage triangle-parallèle jusqu'au montage étoile-série, en fonction de la tension de l'alternateur.

Le moteur synchrone était alimenté en parallèle avec les résistances par l'intermédiaire d'un autotransformateur comportant quatre prises au primaire, donnant les rapports abaisseurs: 1, 3/4, 1/2 et 1/4, ce qui a permis de faire varier très largement la tension de l'alternateur tout en gardant un fonctionnement correct du moteur.

La consommation de l'ensemble constitué par le transfor-

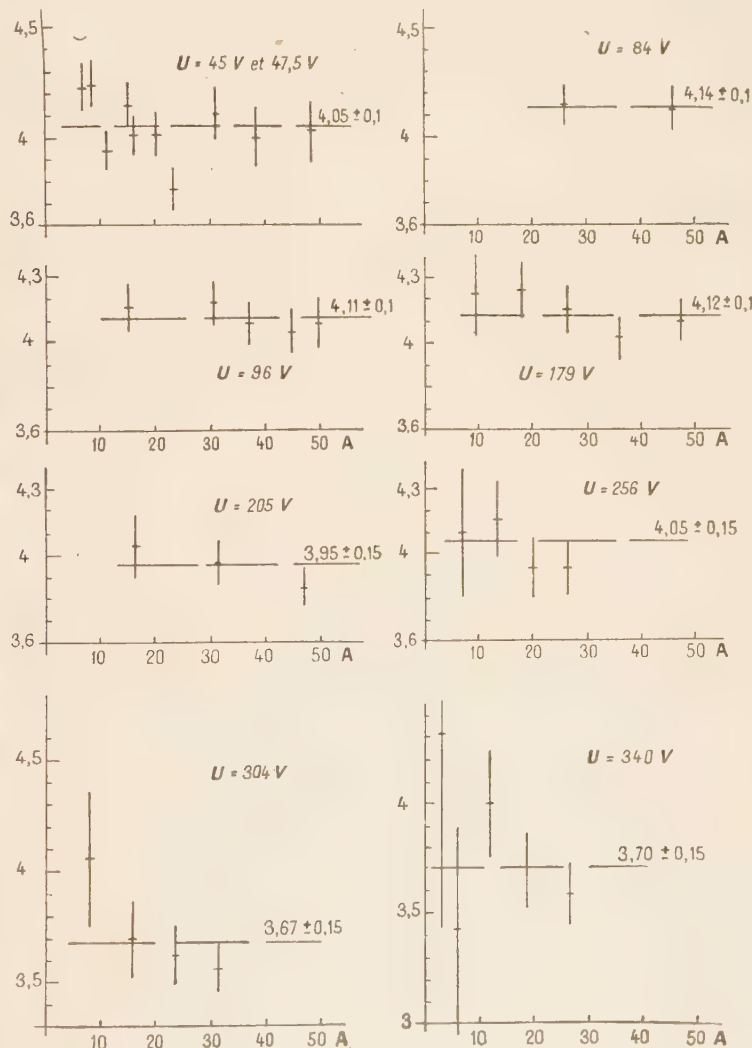


Fig. 31. — Diagrammes relatifs à une série d'essais de $U = 45$ V à $U = 340$ V.

mateur et le moteur synchrone était réglée à un facteur de puissance égal à l'unité par l'excitation du moteur, de façon que le courant absorbé soit minimum.

Ainsi, la charge totale de l'alternateur pouvait être considérée comme rigoureusement active avec une précision au moins égale à celle que l'on aurait pu tirer de l'utilisation de la méthode des deux wattmètres.

Quelques essais préalables m'ont permis de mesurer l'influence d'une variation de la tension ou de la vitesse sur la phase des éclairages. J'ai donc pu, par la suite, maintenir au cours d'une même série, ces éléments constants avec toute la précision désirable. Par contre, j'ai parfois constaté une lente dérive des lectures due à la modification des contacts du rupteur ; un réglage correct de ces contacts avant chaque série a suffi pour supprimer ce défaut.

MARCHE DES ESSAIS. — Une tension étant choisie, les résistances de charge et le transformateur du moteur montés convenablement, la charge est d'abord réduite à zéro ; l'alternateur ne débite plus que le petit courant nécessaire au moteur synchrone ; les lectures donnent le zéro apparent de la série, pour un courant I_0 . L'alternateur est ensuite chargé progressivement et, après rajustement de la tension et de la vitesse, les lectures sont reprises pour chaque charge partielle. Le déphasage interne s'obtient par différence, mais il faut corriger le zéro apparent pour obtenir le *zéro vrai*. Cette correction, qui n'est importante que pour les tensions les plus basses, peut se calculer par approximations successives, à partir d'une valeur approchée de S_t .

Une fois le déphasage interne connu, S_t se calcule par la formule

$$S_t = \left(R_1 + \frac{U}{I} \right) \operatorname{tg} \chi_0$$

qui dérive immédiatement du diagramme de Blondel dans le cas où U et I sont en phase. La machine étant tétrapolaire, χ_0 est le double du déphasage mesuré.

Le tableau I donne, à titre d'exemple, les résultats de mesures relatives à une tension $U = 340$ V ; i est le courant d'excitation de l'alternateur. Pour chaque point, le stator du rupteur a exécuté deux tours complets.

TABLEAU I. — Résultats de mesures.

i	U volts	I	N	r_1	r_2	r_3	r_4
7,45	340	0,25	758	{ 163,6 163,6	{ 243,3 243,3	{ 331,4 331,5	{ 60,1 60,1
7,5	344	2,85	757	{ 162,6 162,7	{ 242,2 242,4	{ 330,6 330,6	{ 59,1 59,1
7,5	339	5,43	757	{ 162,1 162,0	{ 241,7 241,6	{ 330,0 330,0	{ 58,7 58,6
7,85	342	12	750	{ 159,6 159,7	{ 239,4 239,6	{ 327,6 327,6	{ 56,2 56,3
8,25	344	18,5	754	{ 158,1 158,1	{ 237,7 237,8	{ 326,0 326,0	{ 54,7 54,6
8,70	344	26,4	760	{ 156,0 156,0	{ 235,9 235,8	{ 324,0 323,8	{ 52,6 52,5

D'où l'on déduit les résultats du tableau II, la correction moyenne de zéro étant de 8/100 de degré.

L'erreur possible sur S_t a été calculée en supposant que l'erreur possible sur χ était de $0,4^\circ$ et celle sur $\frac{U}{I} + R_1$ de

TABLEAU II. — Résultats de mesures déduits de ceux du tableau I.

U	I	N	$\frac{U}{I} + R_1$	δ'	δ	χ	S_{tN}	S_{t750}	ΔS_t
344	2,85	757	121	0,95	1,03	2,06	4,35	4,31	0,88
339	5,43	757	62,6	1,50	1,58	3,16	3,46	3,43	0,47
342	12	750	28,8	3,86	3,94	7,88	3,99	3,99	0,24
344	18,5	754	18,8	5,49	5,57	11,14	3,72	3,70	0,17
344	26,4	760	13,3	7,54	7,62	15,24	3,63	3,58	0,14

1 pour 100, il vient, ainsi

$$\frac{\Delta S_t}{S_t} = 0,01 + \frac{0,014}{\sin 2\chi_0}$$

La valeur de S_t ainsi obtenue correspond à la machine montée en étoile, il faut diviser par $\sqrt{3}$ pour comparer avec les résultats des autres essais.

Voici l'ensemble des résultats pour la machine déjà étudiée

$$U_n = 440 \text{ V}, \quad I_n = 53 \text{ A}.$$

La tension d'essai a varié entre 45 V et 509 V.

L'intensité du courant est restée inférieure à sa valeur

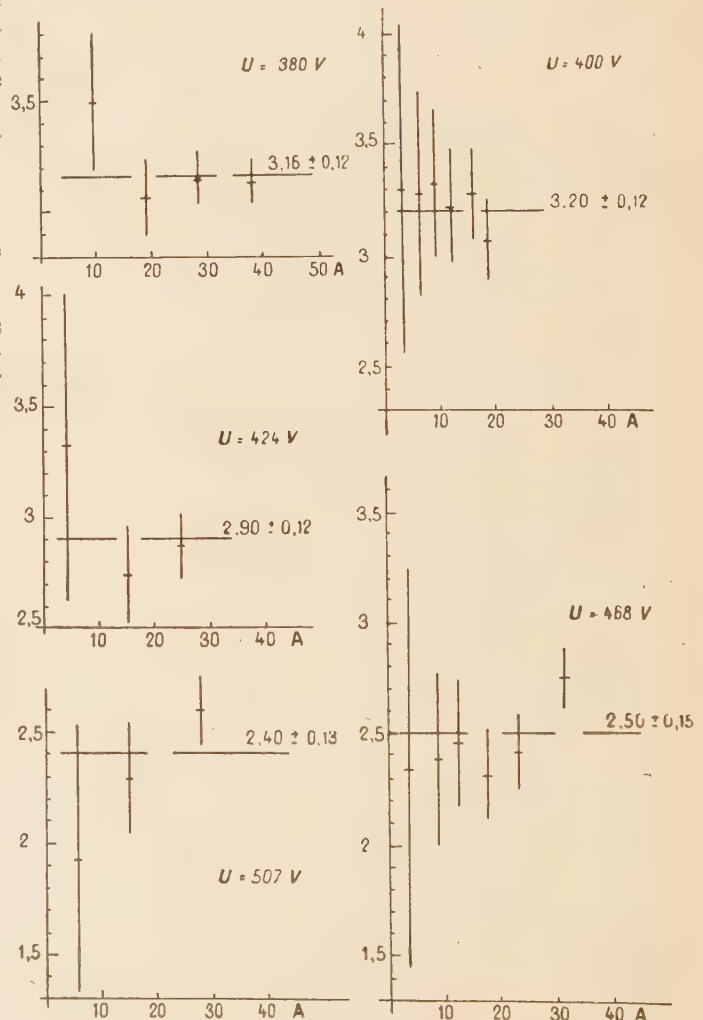


Fig. 32. — Diagrammes relatifs à une série d'essais de $U = 380$ V à $U = 507$ V.

normale (insuffisance des rhéostats de charge et surtout du moteur d'entraînement).

Les diagrammes des figures 31 et 32 et le tableau III indiquent les résultats obtenus.

TABLEAU III. — Ensemble des résultats pour la machine étudiée

U	I	χ	S_t	ΔS_t	U	I	χ	S_t	ΔS_t
45	1,10	5,7	—	—	302	0,25	0,20	—	—
46	6,45	29,9	4,22	0,11	304	7,9	6,0	4,06	0,31
44,5	11,2	43,1	3,94	0,09	303	15,6	10,6	3,69	0,18
45	15,3	52,7	4,14	0,10	308	23,5	15,3	3,62	0,14
45,5	20,3	58,3	4,01	0,10	310	31,5	19,6	3,56	0,11
47,5	1,0	5	—	—	340	0,25	0,16	—	—
47,5	8,2	35,2	4,23	0,11	344	2,85	2,06	4,31	0,88
47	15,75	51,6	4,04	0,10	339	5,43	3,16	3,43	0,47
47,5	23,2	58,8	3,76	0,10	342	12	7,88	3,99	0,24
48	31,2	66,6	4,11	0,12	344	18,5	11,14	3,70	0,17
47,5	38,3	69,8	4,00	0,13	344	26,4	15,24	3,58	0,14
47	48,5	73,4	4,03	0,14	379	0,26	0,12	—	—
83	0,90	2,5	—	—	382	9,75	5,08	3,49	0,31
84	26,1	50,5	4,15	0,10	385	19,25	8,62	3,06	0,17
84,5	46	63,5	4,13	0,11	385	28,75	12,96	3,14	0,13
96	0,85	1,6	—	—	390	38,50	16,96	3,13	0,11
96	15,15	31,8	4,16	0,11	398	0,27	0,12	—	—
97	30	49,8	4,18	0,10	401	3,26	1,54	3,29	0,75
96	36,5	54,4	4,09	0,10	400	6,28	3,00	3,27	0,47
99	44,6	58,2	4,05	0,10	396	9,18	4,40	3,31	0,34
97	49,4	61,2	4,09	0,11	398	12,25	5,64	3,21	0,26
179	0,52	0,7	—	—	400	15,3	7,10	3,27	0,21
179	9,25	12,1	4,22	0,19	424	0,3	0,11	—	—
182	18,10	22,4	4,24	0,13	424	4,5	2,03	3,32	0,69
175	26,3	31,1	4,15	0,11	430	15	5,39	2,74	0,23
179	35,95	37,7	4,02	0,10	422	25	9,89	2,97	0,15
177	47,5	46,7	4,09	0,10	463	0,3	0,09	—	—
205	0,35	0,4	—	—	463	3,72	1,07	2,33	0,90
204,5	16	17,2	4,04	0,14	467	8,87	2,57	2,38	0,39
204,5	31,2	30,1	3,96	0,10	468	12,4	3,75	2,45	0,29
207	46,9	39,4	3,85	0,09	468	17,5	4,97	2,31	0,21
256	0,25	0,2	—	—	468	22,75	6,71	2,41	0,17
256	6,8	6,2	4,09	0,20	466	31	10,29	2,74	0,14
256	13,38	12,1	4,15	0,18	507	0,4	0,11	—	—
258	20	16,8	3,93	0,14	509	6	1,29	1,92	0,60
256	26,25	21,6	3,93	0,12	506	15,2	3,93	2,28	0,26
					508	28	8,01	2,59	0,16

L'erreur possible de $0,4^\circ$ sur χ ne tient pas compte de l'erreur sur χ_0 . Celle-ci est difficile à évaluer, elle semble parfaitement négligeable à partir de $U = 250$ V, et n'intervient que dans la comparaison des séries entre elles, mais nullement dans la comparaison des points d'une même série.

D. Interprétation des résultats. — a) L'examen du tableau III semble mettre en évidence une diminution de S_t quand le courant débité augmente, ce qui prouverait l'existence d'une saturation transversale.

En fait, si l'on reporte, pour chaque série, les points expérimentaux sur un graphique de S_t (fig. 31 et 32) et si l'on a soin d'encadrer chaque point par ses erreurs possibles, on constate que cette chute de S_t est beaucoup moins évidente sauf peut-être pour les séries $U = 205$ V, 256 V, 304 V et 340 V. Les trois dernières séries ($U = 424$ V, 465 V et 507 V) dénoteraient même plutôt une augmentation de S_t .

Pour pouvoir déceler, avec certitude, une saturation transversale, il faudrait pouvoir

réduire l'erreur définitive sur χ à moins d'un dixième de degré.

b) Il est hors de doute, par contre, que la valeur de S_t subit fortement l'influence de la saturation longitudinale.

Compte tenu de la remarque précédente, on peut traduire chaque série par une réactance transversale moyenne. On peut alors étudier les variations de S_t en fonction de U et les comparer aux variations de l'inductance longitudinale de Behn-Eschenburg obtenue en divisant la force électromotrice à vide par le courant de court-circuit (fig. 33).

On constate que l'influence de la saturation commence sensiblement pour la même valeur de U , soit 200 V environ.

Il n'est pas nécessaire de tenir compte de l'erreur sur χ_0 pour pouvoir tracer une courbe régulière moyenne.

Pour la région non saturée (jusqu'à 180 V), la valeur la plus probable pour S_t paraît être $4,10 \pm 0,07$.

Si l'on compare cette valeur aux résultats des autres méthodes, on trouve de fortes divergences.

La méthode de glissement donne, suivant les cas, et en ramenant par proportionnalité Z_t à la valeur de Behn-Eschenburg : première mesure : de 5,03 à 5,25 et de 5,7 à 5,93.

deuxième mesure : 4,94.

Si on prend directement les valeurs mesurées sans s'inquiéter des divergences pour la réactance longitudinale on trouve :

de $1,98\sqrt{3}$ à $2,07\sqrt{3}$ soit de 3,43 à 3,60

ou de $2,14\sqrt{3}$ à $2,22\sqrt{3}$ soit de 3,71 à 3,85

ou enfin $2,30\sqrt{3}$ soit 3,99.

L'autoamorçage sur capacité donne $2,72\sqrt{3}$ ou 4,71.

J'ai profité des essais en charge pour mesurer chaque fois le courant d'excitation ; en traçant les diagrammes de Blondel ; on constate que c'est la valeur de la réactance transversale, mesurée par le déphasage interne qui donne les résultats le mieux en accord avec l'expérience.

XXIV. Conclusions. — Dans ce travail, je me suis efforcé d'établir une théorie synthétique des machines synchrones et asynchrones, non saturées et à vitesse constante.

Sans faire appel au symbolisme d'Heaviside, non justifié pour les équations à coefficients périodiques, sans davantage transformer les machines ordinaires à courants alternatifs en machines à collecteur, mais par contre, en tenant compte des variations exactes de l'induction magnétique le long de l'entrefer, en ne considérant que les équations des forces électromotrices induites en valeurs instantanées et en leur appliquant la transformation de Laplace, j'ai pu obtenir une matrice fondamentale ayant un caractère mathématique nouveau pour des machines électriques : les équations sont fonctionnelles par rapport aux variables représentant les courants.

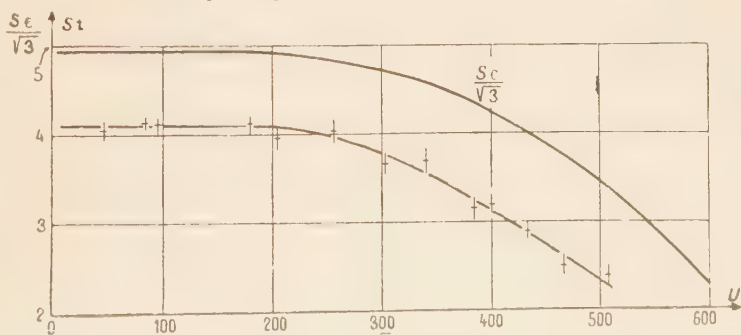


Fig. 33. — Courbes de $S_t/\sqrt{3}$ et S_t en fonction de U .

Ce caractère permet de relier entre eux les modules et les phases des différents harmoniques de tension ou de courant, c'est pourquoi j'ai proposé le néologisme de « perturbation » pour désigner les coefficients, homogènes à des impédances, qui caractérisent ces liaisons.

Cette matrice, dans le cas le plus général, s'étend indéfiniment et symétriquement de part et d'autre d'un noyau central; elle est d'une utilisation pénible. Les modules des termes décroissant assez rapidement quand on s'écarte du centre, on peut considérer des matrices simplifiées en ne gardant qu'un nombre fini de termes. Les deux plus simples permettent de retrouver, immédiatement, tous les résultats classiques. Une troisième, encore très abordable, est susceptible de prolongements nouveaux. En particulier, elle donne une interprétation correcte de certains essais de court-circuit permanent. J'ai pu déduire des équations une construction graphique des coefficients du développement en série de Fourier du débit d'un alternateur monophasé non amorti; ce qui permet de calculer, par approximations successives, les constantes de temps des régimes transitoires correspondants.

J'ai ensuite appliqué expérimentalement certaines des conclusions précédentes. Enfin, devant les difficultés rencontrées dans l'application de la méthode de glissement, j'ai essayé de mettre au point une nouvelle méthode de mesure de la réactance transversale, en remplaçant l'ancien disque de Joubert par un stroboscope à décharge beaucoup plus sensible. L'utilisation de cette méthode confirme les résultats de certains travaux antérieurs relatifs à l'existence d'une saturation transversale, tout au moins sous l'action du flux longitudinal [103].

En terminant ce travail, je suis heureux de pouvoir exprimer ma profonde gratitude à M. Ad. Foch, dont les conseils et les encouragements m'ont été du plus précieux concours.

MM. G. Darrieus, L. Sartre, F. Cahen et A. Mauduit se sont intéressés à mes recherches et je leur en suis particulièrement reconnaissant.

La partie expérimentale a été, presque entièrement, réalisée aux Laboratoires de l'École nationale d'Ingénieurs Arts et Métiers d'Aix-en-Provence, j'adresse mes sincères remerciements à son directeur, M. Servent, ainsi qu'au personnel de ces laboratoires.



Bibliographie

- [1] P.-L. ALGER : The calculation of the armature reactance of synchronous machines. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, 1928, t. 47, p. 493-513.
- [2] L'alternateur asynchrone triphasé excité par des condensateurs. *Bulletin Oerlikon*, janvier-février 1935, n° 163-164, p. 893-902.
- [3] M. BARRERE : Sur l'autoexcitation des alternateurs. *Revue générale de l'Electricité*, 18 juillet 1925, t. 18, p. 111-113.
- [4] M. BARRERE : Définitions, calculs et mesures des constantes des machines synchrones utilisées aux Etats-Unis dans les études de stabilité des réseaux. *Bulletin de la Société française des Electriciens*, novembre 1932, t. 2 5^e série, p. 1134-1164.
- [5] E.-D. BASSET et F.-M. POTTER : Capacitive excitation for induction generators. *Electrical Engineering*, mai 1935, t. 54, p. 540-545.
- [6] S. BEKKU : Calculation of short circuit ground currents on three phase power networks, using the method of symmetrical co-ordinate. *General electric Review*, juillet 1925, t. 28, p. 472-478.
- [7] S. BEKKU : On the sudden short-circuit current of an alternator. *The Journal of the Institute of Electrical Engineers of Japan*, Supplément pour 1927, n° 48, p. 94.
- [8] G. BELFELS et J. FALLOU : Les transports d'énergie. Moyens d'améliorer la stabilité. Régulateurs de tension. *Revue d'Electricité et de Mécanique*, n° 12, juillet-août 1930, p. 8-13.
- [9] E.-J. BERG : Voir p. 2238-2240 de la réf. [63].
- [10] E.-J. BERG : Heaviside's operational calculus as applied to engineering and physics. *General electric Review*, 8 articles de décembre 1927, t. 30, n° 12, à septembre 1928, t. 31, n° 9.
- [11] J. BETHENOD : Sur l'alternateur à résonance. *La Lumière électrique*, 25 décembre 1909, t. 8 (2^e série), p. 395-399.
- [12] J. BETHENOD : Sur l'autoexcitation des alternateurs au moyen de capacités. *Radioélectricité*, septembre 1920, t. 1, p. 187-188.
- [13] J. BETHENOD : Autoamorçage des machines à rotor cylindrique associées à des condensateurs. *Revue générale de l'Electricité*, 8 septembre 1923, t. 14, p. 307-308.
- [14] J. BETHENOD : Diagramme général des machines polyphasées à stator et rotor cylindrique. *Revue générale de l'Electricité*, 5 juillet 1924, t. 16, p. 5-7.
- [15] J. BETHENOD : Sur la théorie des alternateurs à pôles saillants. *Revue générale de l'Electricité*, 28 novembre 1925, t. 18, p. 893-895.
- [16] J. BIERMANN : Der plötzliche Kurzschluss der Drehstrom-Synchronmaschine. *Elektrotechnische Zeitschrift*, 26 octobre et 2 novembre 1916, t. 37, p. 579-582 et 592-597.
- [17] J. BIERMANN : Das Verhalten der Synchronmaschine beim Kurzschluss über Strecken widerstände. *Archiv für Elektrotechnik*, t. 8, p. 275-295.
- [18] A. BLONDEL : Sur la théorie empirique des alternateurs. *Comptes rendus des Séances de l'Académie des Sciences*, 16 octobre 1899, t. 129, p. 586-588.
- [19] A. BLONDEL : Sur la théorie empirique des alternateurs. *L'Industrie électrique*, 10 novembre, 10 décembre et 25 décembre 1899, vol. 8, p. 481-484, 529-531, 555 et 556.
- [20] A. BLONDEL : Sur la détermination expérimentale et les applications du vecteur représentant les effets de la réaction directe d'armature et des fuites dans les alternateurs. *Comptes rendus des Séances de l'Académie des Sciences*, 21 janvier 1918, t. 166, p. 138-144.
- [21] A. BLONDEL : Détermination graphique des inductances totales directes et transversales des alternateurs au moyen des caractéristiques partielles calculées et relevées. *Comptes rendus des Séances de l'Académie des Sciences*, 25 février 1918, t. 166, p. 323-329.
- [22] A. BLONDEL : Sur une équation vectorielle en notation complexe de l'alternateur à deux réactions et ses applications. *Comptes rendus des Séances de l'Académie des Sciences*, 17 octobre 1921, t. 173, p. 624-629.
- [23] A. BLONDEL : Conditions d'excitation et de résonance d'un alternateur alimentant une longue ligne à haute tension avec ou sans récepteur. *Comptes rendus des Séances de l'Académie des Sciences*, 2 novembre 1921, t. 173, p. 749-753.
- [24] A. BLONDEL : Compléments à la théorie des deux réactions des alternateurs branchés sur des réseaux à potentiel constant. *Revue générale de l'Electricité*, 12 et 19 août 1922, t. 12, p. 203-212 et 235-244.
- [25] A. BLONDEL : Sur certain coefficient de self-induction des alternateurs. *Revue générale de l'Electricité*, 24 janvier 1925, t. 17, p. 129-130.
- [26] A. BLONDEL : Remarques sur l'établissement du régime dans les circuits électriques. *Comptes rendus des Séances de l'Académie des Sciences*, 10 mai 1926, t. 182, p. 1108-1112.
- [27] A. BLONDEL : Sur les conditions initiales du régime troublé des courants. *Comptes rendus des Séances de l'Académie des Sciences*, 17 mai 1926, t. 182, p. 1189-1191.
- [28] A. BLONDEL : Sur l'étude directe des systèmes triphasés déséquilibrés au moyen d'impédances et admittances mutuelles de phases dans des problèmes de chutes de tension et de mise en court-circuit. *Revue générale de l'Electricité*, 3, 10 et 17 janvier 1931, t. 29, p. 3-11, 53-63, 90-100.
- [29] A. BLONDEL : Introduction aux applications du calcul symbolique d'Heaviside aux problèmes de l'électrotechnique. *Revue générale de l'Electricité*, 18 et 25 janvier, 1^{er} et 8 février 1936, t. 39, p. 83-89, 133-146, 179-191 et 219-229.
- [30] A. BLONDEL : L'évolution des méthodes de calcul des phénomènes transitoires. *Revue générale de l'Electricité*, 20 et 27 février, 6 et 13 mars, 8 mai 1937, t. 41, p. 227-240, 259-271, 298-311, 327-340, 579-598.
- [31] A. BLONDEL et F. CARBENAY : Méthode d'analyse expérimentale des propriétés des alternateurs. *Revue générale de l'Electricité*, 7 et 14 juin 1919, t. 5, p. 811-819 et 843-855.
- [32] P. BOUCHEROT : La déformation des sinusoides dans les machines. *La Lumière électrique*, 25 mars 1893, t. 47 (1^{re} série), n° 12, p. 551-561.
- [33] P. BOUCHEROT : Alternateurs autoexcitateurs. *Bulletin de la Société internationale des Electriciens*, n° 145, 1898, t. 15, p. 90-96.
- [34] P. BOUCHEROT : Sur les coefficients d'inductance. *Bulletin de la Société internationale des Electriciens*, avril 1911, t. 1 (3^e série), p. 211-223.
- [35] P. BOUCHEROT : Les phénomènes électromagnétiques qui résultent de la mise en court-circuit brusque d'un alternateur. Congrès de Turin, 1911. *Bulletin de la Société internationale des Electriciens*, décembre 1911, t. 1 (3^e série), p. 555-595.
- [36] L. BOUTHILLON : Oscillations et phénomènes transitoires. Leur étude par la méthode d'algèbre. *Annales de Radioélectricité*, octobre 1944, t. 2, n° 10, publié par la librairie Gauthier-Villars, à Paris (1948), 47 pages.
- [37] R. BRUDERLIN : Drehfeldmaschinen mit veränderlicher Reaktanz. *Archiv für Elektrotechnik*, t. 13, p. 12-29.
- [38] J.-W. BUTLER et C. CONCORDIA : Series capacitor application problems. *Electrical Engineering*, août 1937, t. 56, p. 975-988.
- [39] J.-R. CARSON : Theory and calculation of variable electrical system. *The physical Review*, février 1921, t. 17, p. 116-134.
- [40] J.-R. CARSON : Le calcul symbolique d'Heaviside. *Revue générale de l'Electricité*, 19 et 26 mai 1923, t. 13, p. 816-820 et 839-850.
- [41] E. CARVALLO : Sur l'application des équations de Lagrange aux phénomènes électrodynamiques. *L'Eclairage électrique*, 21 décembre 1901, t. 24, p. 451-453.
- [42] E. CLARKE, C.-N. WEYGANDT, C. CONCORDIA : Overvoltages caused by unbalanced short-circuits. Effect of amortisseur windings. *Electrical Engineering*, août 1938, t. 57, p. 453-468.
- [43] A.-G. CLAVIER : Application de la transformation de Laplace à l'étude des circuits électriques. *Revue générale de l'Electricité*, octobre 1942, t. 51, p. 447-455.
- [44] L. COHEN. *Heaviside's electrical circuit theory*, édité par la librairie Mc Graw-Hill, à New York (1928). Traduction en français par F. SARRAT, éditée par la librairie Eyrolles, à Paris (1935).
- [45] C. CONCORDIA : Two-reaction theory of synchronous machines with any balanced terminal impedance. *Electrical Engineering* septembre 1937, t. 56, p. 1124-1127.

- [46] C. CONCORDIA et F.-J. MAGINNISS; Inherent errors in the determination of synchronous machine reactances by test. *Transactions of the american Institute of electrical Engineers*, 1945, t. 64, p. 288-294.
- [47] C. CONCORDIA et H. PORITSKY; Synchronous machine with solid cylindrical rotor. *Electrical Engineering*, janvier 1937, t. 56, p. 49-58 (fin p. 179). Discussion, juillet 1937, p. 906-907.
- [48] M. DE CONNINCK; Diagramme correct pour alternateur à pôles saillants. *Revue générale de l'Electricité*, 11 octobre 1919, t. 6, p. 467-473.
- [49] S.-B. CRARY; Two-reaction theory of synchronous machines. *Electrical Engineering*, janvier 1937, vol. 56, p. 27-31 (fin p. 36). Discussion juillet 1937, p. 905-906.
- [50] S.-B. CRARY, L.-A. MARCH, L.-P. SHILDNECK; Equivalent reactance of synchronous machines. *Electrical Engineering*, janvier 1934, vol. 53, p. 124-132.
- [51] A. CURCHOD; Essais des alternateurs. De la détermination des coefficients du diagramme de Potier. *Revue générale de l'Electricité*, 1^{er} décembre 1923, t. 16, p. 829-831.
- [52] F. DACOS. *Electricité théorique*, édité par la librairie Dunod à Paris et la librairie Désor, à Liège (1946), 412 pages.
- [53] G. DARRIEUS; Remarques à propos des diagrammes de Potier et de Blondel. *Bulletin de la Société française des Electriciens*, janvier 1925, t. 5 (4^e série), p. 68-75. Discussion juillet 1925, p. 640-642.
- [54] G. DARRIEUS; Sur les divers coefficients d'induction intervenant dans les machines électriques et spécialement les alternateurs. *Bulletin de la Société française des Electriciens*, supplément d'octobre 1925, t. 5 (4^e série), p. 1-7.
- [55] G. DARRIEUS; Méthode symbolique pour l'étude des phénomènes transitoires dans les machines polyphasées. *Bulletin de la Société française des Electriciens*, avril 1930, t. 10 (4^e série), p. 400, 406.
- [56] H. DAVID; Stabilité et autoamorçage sur capacité des machines synchrones excitées par excitatrice série. Conséquences au point de vue du rapport de court-circuit et du dimensionnement général. *Bulletin de la Société française des Electriciens*, septembre 1947, t. 7 (6^e série), p. 495-502.
- [57] R. DAVID; Contribution à l'étude du court-circuit des alternateurs. *Revue générale de l'Electricité*, 25 mai, 1^{er} et 8 juin 1929, t. 25, p. 795-810, 840-850, 883-890.
- [58] R. DAVID; La détermination graphique du courant de court-circuit brusque des alternateurs. *Comptes rendus des travaux de la 7^e session de la Conférence internationale des grands Réseaux électriques*, 1933. Rapport n° 29.
- [59] J. DEBOIS; Le régulateur automatique de tension. Jeumont-Charleroi, juillet-décembre 1947, n° 3-4, p. 104-127.
- [60] A. DEBORNE; Inductances transitoires des machines synchrones à 3 et N enroulements. *Bulletin de la Société française des Electriciens* avril 1950 t. 10 (6^e série) p. 223-231.
- [61] M. DENIS-PAPIN et A. KAUFMANN. *Cours de calcul opérationnel*, édité par la librairie Albin Michel, à Paris (1950).
- [62] M. DENIS-PAPIN et A. KAUFMANN. *Cours de calcul matriciel appliqué*, édité par la librairie Albin Michel, à Paris (1951).
- [63] N.-S. DIAMANT; Calculation of sudden short-circuit phenomena of alternators. *Transactions of the american Institute of electrical Engineers*, 1915, vol. 34, p. 2237-2273. Discussion, 1915, p. 2274-2278.
- [64] N.-S. DIAMANT; Flux distribution in alternators on short-circuit. *Transactions of the american Institute of electrical Engineers*, 1918, vol. 37, p. 435-496.
- [65] N.-S. DIAMANT; Sustained short-circuit phenomena and flux distribution of salient-pole alternators. *Transactions of the american Institute of electrical Engineers*, 1918, vol. 37, p. 1141-1202. Discussion, p. 1203-1208.
- [66] R.-E. DOHERTY; Excitation systems. Their influence on short-circuits and maximum power. *Transactions of the american Institute of electrical Engineers*, 1928, III, t. 47, p. 944-956.
- [67] R.-E. DOHERTY et C.-A. NICKLE; Synchronous machines. I. An extension of Blondel's two - reactions theory. II. Steady state power angle characteristics. *Transactions of the american Institute of electrical Engineers*, 1926, t. 45, p. 912-947.
- [68] R.-E. DOHERTY et C.-A. NICKLE; Synchronous Machines. Torque. angle characteristics under transient conditions. *Transactions of the american Institute of electrical Engineers*, 1927, t. 46, p. 1-18.
- [69] R.-E. DOHERTY et C.-A. NICKLE; Synchronous Machines IV. *Transactions of the american Institute of electrical Engineers*, 1928, t. 47, p. 457-492.
- [70] R.-E. DOHERTY et C.-A. NICKLE; Three-phase short-circuit synchronous machines. V. *Transactions of the american Institute of electrical Engineers*, avril 1930, t. 49, p. 700-714.
- [71] R.-E. DOHERTY et O.-E. SHIRLEY; Reactance of synchronous machines and its applications. *Transactions of the american Institute of electrical Engineers*, 1918, t. 37, p. 1209-1297. Discussion, p. 1298-1340.
- [72] R.-E. DOHERTY et E.-T. WILLIAMSON; Short-circuit current of induction motors and generators. *Transactions of the american Institute of electrical Engineers*, 1921, t. 40, p. 509-539. Discussion, p. 540-551.
- [73] J.-F.-H. DOUGLAS; Transverse reaction in synchronous machines. *Transactions of the american Institute of electrical Engineers*, 1927, t. 46, p. 30-38.
- [74] J.-F.-H. DOUGLAS et E.-W. KANE; Alternator characteristics under conditions approaching instability. *Transactions of the american Institute of electrical Engineers*, 1928, t. 47, p. 275-280.
- [75] L. DREYFUS; Freie Magnetische Energie zwischen verketteten Mehrphasensystemen. *Elektrotechnik und Maschinenbau*, 29 octobre 1911, t. 29, p. 891-897.
- [76] L. DREYFUS; Ausgleichvorgänge in der symmetrischen mehrphasen Maschine. *Elektrotechnik und Maschinenbau*, 14 janvier, 11 et 18 février 1912, t. 30, p. 25-32, 121-127 et 139-144.
- [77] L. DREYFUS; Eine Methode zur experimentellen Ermittlung des Blondel'schen Koeffizienten der Gesamtstreuung von Drestrommotoren. *Elektrotechnik und Maschinenbau*, 27 mars 1921, t. 39, p. 149-151.
- [78] W.-C. DUESTERHOEFF; The negative sequence, reactances of an ideal synchronous machine. *Transactions of the american Institute of electrical Engineers*, 1949, t. 68, p. 510-514.
- [79] W.-A. DURGIN et R.-H. WHITEHEAD; The transient reactions in alternators. *Transactions of the american Institute of electrical Engineers*, 1912, t. 31, p. 1657-1680. Discussions p. 1681-1693.
- [80] H.-E. EDGERTON et P. FOURMARIER; The pulling into step of a salient-pole synchronous motor. *Transactions of the american Institute of electrical Engineers*, 1931, vol. 50, p. 769-781.
- [81] H.-E. EDGERTON, G.-S. BROWN et K.-J. GERMESHAUSEN; Synchronous motor pulling-into-step phenomena. *Transactions of the american Institute of electrical Engineers*, 1933, t. 52, p. 342-351.
- [82] G. FAGGIANO; Studio sperimentale della macchina sincrona a poli salienti. *Elektrotechnica*, mars 1951, t. 38, p. 112-116.
- [83] J. FALLOU; Sur une méthode particulièrement simple permettant de déterminer expérimentalement la réactance de dispersion des alternateurs triphasés. *Comptes rendus des Séances de l'Académie des Sciences*, 19 novembre 1923, t. 177, p. 1034-1035.
- [84] J. FALLOU; Rapport sur la mise en court-circuit des machines synchrones et asynchrones. *Bulletin de la Société française des Electriciens*, n° 38, 1924, t. 4 (4^e série), p. 905-914.
- [85] J. FALLOU; Remarque au sujet des courants de court-circuit des alternateurs polyphasés. *Revue générale de l'Electricité*, 12 septembre 1925, t. 18, p. 447-449.
- [86] J. FALLOU; Rupture du court-circuit aux bornes d'un alternateur. *Bulletin de la Société française des Electriciens*, mars 1925, t. 5 (4^e série), p. 247-249.
- [87] J. FALLOU; Calcul des courants de court-circuit dans les réseaux triphasés. *Bulletin de la Société française des Electriciens*, septembre 1926, t. 6 (4^e série), p. 969-1002. Discussion, mars 1927, t. 7 (4^e série), p. 296-301. Erratum, p. 324.
- [88] J. FALLOU; A propos de la mesure de la réactance de dispersion des alternateurs triphasés. *Revue générale de l'Electricité*, 8 octobre 1927, t. 22, p. 543-550.
- [89] J. FALLOU. *Courants de court-circuit*, édité par la librairie Baillière et Fils, à Paris (1933).
- [90] J. FALLOU; Contribution à l'étude du régime transitoire succédant à la coupure d'un court-circuit. *Comptes rendus des travaux de la 8^e session de la Conférence internationale des grands Réseaux électriques*, 1935, t. 1, Rapport n° 101.

- [91] J. FALLOU. *Electrotechnique générale*, édité par la librairie Gauthier-Villars, à Paris (1948) (2^e édition), deux tomes.
- [92] A.-B. FIELD; Operating characteristics of large turbo generators. *Transactions of the american Institute of electrical Engineers*, 1912, t. 31, p. 1645-1656. Discussion, voir [79].
- [93] F. FOERSTER; Der Einfluss der Eisensättigung auf den Kurzschlussstrom von Synchronmaschinen. *Elektrotechnische Zeitschrift*, 23 septembre 1926, t. 47, p. 1104-1109.
- [94] P. FOURMARIER; Les intégrales électro-mécaniques et la résolution des équations différentielles à coefficients variables. *Bulletin de la Société française des Electriciens*, 1932, t. 2 (5^e série), p. 13-43.
- [95] R.-E. FRANKLIN; Short-circuit currents of synchronous machines. *Transactions of the american Institute of electrical Engineers*, avril 1925, t. 44, p. 420-435.
- [96] W. FREY; La stabilisation, par réglage rapide de l'excitation des alternateurs synchrones destinés à la transmission de l'énergie à grande distance. *Revue Brown Boveri*, novembre 1946, t. 33, p. 335-347.
- [97] W. FREY et C. LAVANCHY; La stabilité des génératrices asynchrones destinées à la transmission de l'énergie à de très grandes distances. *Revue Brown Boveri*, novembre 1946, t. 33, p. 321-328.
- [98] J. FROIDEVAUX et A. LIENARD; A propos de l'autoamorçage des machines asynchrones. *Revue générale de l'Electricité*, 6 avril 1929, t. 25, p. 515-517 et 517-518.
- [99] V. GENKIN; Autoamorçage d'une machine asynchrone dans les installations raccordées à un réseau de distribution d'énergie. *Revue générale de l'Electricité*, 29 décembre 1928, t. 24, p. 981-987.
- [100] G. GILLON; Mesure de l'angle de déplacement de l'inducteur d'un alternateur ou d'un moteur synchrone. *Revue générale de l'Electricité*, 14 octobre 1933, t. 34, p. 483-486.
- [101] G. GILLON; Méthode d'intégration par points successifs (méthode « pas à pas » appliquée aux circuits électriques). *Revue générale de l'Electricité*, mai 1949, t. 58, p. 192-198.
- [102] Q. GRAHAM; The m.m.f. wave of polyphase windings with special reference to sub-synchronous harmonics. *Transactions of the american Institute of electrical Engineers*, 1927, t. 46, p. 19-29.
- [103] H.-J. GRAY, R. MERWIN, J.-V. BRAINERD; Solutions of the Mathieu equation. *Transactions of the american Institute of electrical Engineers*, 1948, t. 67, p. 429-441.
- [104] K.-H. HAGA; Détermination expérimentale des deux réactions d'induit dont dépend la variation de tension des alternateurs. *L'Eclairage électrique*, 1909, III, t. 7 (2^e série), p. 329-331.
- [105] M.-D. HANDI-SEPEN; Contribution à l'étude expérimentale des décalages internes des machines synchrones. *Revue générale de l'Electricité*, mars 1951, t. 60, p. 107-121.
- [106] N.-B. HILL; The damping effect of solid rotors. *The Electrician*, 25 avril 1924, t. 42, p. 511-512.
- [107] W.-H. INGRAM; The dynamical theory of alternating current machinery and the problem of the stability of powers systems. *Journal of the Franklin Institute*, sept. 1930, t. 210, p. 327-343.
- [108] W.-H. INGRAM; On the operability of salient - pole alternator in an infinite bus. *The philosophical Magazine*, 1934, I, t. 17 (7^e série), p. 271-282.
- [109] W.-H. INGRAM; Computation of transient currents in salient pole alternators with dampers. *The Electrician*, 12 mars 1933, t. 110, p. 615-616.
- [110] G. JULIA et R. JULIA; Sur deux méthodes de calcul des régimes variables à partir des régimes permanents. *Bulletin de la Société française des Electriciens*, octobre 1936, t. 6 (5^e série), p. 975-1046.
- [111] V. KARAPETOFF; Initial and sustained short-circuits in synchronous machines. *Transactions of the american Institute of electrical Engineers*, 1925, t. 44, p. 403-419.
- [112] V. KARAPETOFF; Variable armature leakage reactance in salient-pole synchronous machines. *Transactions of the american Institute of electrical Engineers*, 1926, t. 45, p. 729-734.
- [113] R. KELLER; L'excitation des grands alternateurs. *Revue Brown Boveri*, juillet-août 1949, t. 36, p. 258-263.
- [114] L.-A. KILGORE; Calculation of synchronous machine constants. *Transactions of the american Institute of electrical Engineers*, 1931, t. 50, p. 1201-1214.
- [115] L.-A. KILGORE; Effect of saturation on machine reactances. *Transactions of the american Institute of electrical Engineers*, mai 1935, t. 54, p. 545-550.
- [116] Ch. KINGSLEY jr.; Saturated synchronous reactances. *Transactions of the american Institute of electrical Engineers*, mars 1935, t. 54, p. 300-305.
- [117] G. KRON; Generalized theory of electrical machinery. *Transactions of the american Institute of electrical Engineers*, 1930, II, t. 49, p. 666-685.
- [118] G. KRON; The application of tensors to the analysis of rotating electrical machinery. Recueil de tirés à part de 23 articles publiés de 1935 à 1938 dans *General electric Review*.
- [119] G. KRON; Equivalent circuit of the salient - pole synchronous machine. *General electric Review*, décembre 1941, t. 44, p. 679-683.
- [120] G. KRON; Equivalent circuit of the primitive rotating machine. *General electric Review*, mars 1946, t. 49, p. 43-49.
- [121] G. KRON; Equivalent circuit of the primitive rotating machine with asymmetrical stator and rotor. *Transactions of the american Institute of electrical Engineers*, 1947, t. 66, p. 17-23.
- [122] G. KRON; Steady-state equivalent circuits of synchronous and induction machines. *Transactions of the american Institute of electrical Engineers*, 1948, t. 67, p. 175-181.
- [123] M. KRONDL; La dispersion différentielle dans les machines d'induction. *Revue générale de l'Electricité*, 10 et 17 mars 1928, t. 23, p. 433-450 et 479-496.
- [124] Yu — H. KU; Transient analysis of A. C. machinery. *Transactions of the american Institute of electrical Engineers*, 1929, t. 48, p. 707-715.
- [125] Yu — H. KU; Extension of two-reaction theory to multiphase synchronous machines. *Transactions of the american Institute of electrical Engineers*, 1937, t. 56, p. 1197-1201.
- [125 bis] J. KUCERA; Les repères tournants dans l'analyse tensorielle des machines électriques. *Revue générale de l'Electricité*, juillet 1952, t. 61, p. 325-338.
- [126] J. LABOURET; Répercussion des lignes de fortes capacités à vide sur le fonctionnement des alternateurs. *Revue générale de l'Electricité*, 17 décembre 1921, t. 10, p. 875-876.
- [127] P.-G. LAURENT; Considérations sur les propriétés particulières des machines à pôles saillants. *Revue générale de l'Electricité*, juin 1944, t. 53, p. 113-119.
- [128] C. LAVANCHY; Autoexcitation des génératrices asynchrones compensées. *Revue Brown Boveri*, novembre 1946, t. 33, p. 329-335.
- [129] C. LAVANCHY; Recherches expérimentales sur la stabilisation, par le réglage rapide de l'excitation, des alternateurs synchrones destinés au transport de l'énergie à de très grandes distances. *Revue Brown Boveri*, novembre 1946, t. 33, p. 348-354.
- [130] A. LÉAUTÉ; Complément à la théorie de M. Blondel sur la réaction d'induit des alternateurs. *Comptes rendus des Séances de l'Académie des Sciences*, 31 décembre 1917, t. 165, p. 1106-1108.
- [131] A. LÉAUTÉ; Complément à la théorie de la réaction d'induit pour les alternateurs saturés. *Comptes rendus des Séances de l'Académie des Sciences*, 31 janvier 1921, t. 172, p. 276-278.
- [132] M. LEBLANC; Sur les étouffeurs d'harmoniques. *Bulletin de la Société internationale des Electriciens*, janvier 1905, t. 5, (2^e série), p. 17-39.
- [133] J. LE MONNIER; A propos de la détermination des coefficients du diagramme de Potier appliqué aux essais des alternateurs. *Revue générale de l'Electricité*, 29 mars 1924, t. 15, p. 531-532.
- [134] J. LE MONNIER; Signification physique de la tension de réactance dans les machines à champ tournant. *Bulletin de la Société française des Electriciens*, juin 1927, t. 7 (4^e série), p. 709-717.
- [135] A. LIÉNARD; Autoamorçage d'un moteur asynchrone fermé sur une capacité. *Bulletin de la Société française des Electriciens*, avril 1930, t. 10 (4^e série), p. 406-414.
- [136] W. LINKE; Compoundage des alternateurs par des condensateurs. *L'Eclairage électrique*, 17 juillet 1909, III, t. 7 (2^e série), p. 83-84, d'après *Elektrotechnische Zeitschrift*, 13 mai 1909.
- [137] W.-V. LYON; Application of harmonic analysis to the theory of synchronous machines. *Transactions of the american Institute of electrical Engineers*, 1918, t. 37, p. 1477-1513. Discussion p. 1514-1517.

- [138] W.-V. LYON; Transient conditions in electric machinery. *Transactions of the American Institute of electrical Engineers*, 1923, t. 42, p. 157-179.
- [139] W.-V. LYON et H.-E. EDGERTON; Transient torque-angle characteristics of synchronous machines. *Transactions of the American Institute of electrical Engineers*, 1930, t. 49, p. 686-699.
- [140] H. MAGRON; Détermination de la réactance de fuites dans les alternateurs à courant triphasé. *Revue générale de l'Electricité*, 21 août 1926, t. 20, p. 279-282.
- [141] H. MAGRON; Sur les essais en court-circuit des alternateurs polyphasés. *Revue générale de l'Electricité*, septembre 1949, t. 58, p. 381-383.
- [142] A. MANDEL; Der einphasige Kurzschluss des Drehstrom generators mit Resonanzkreis an der offenen Phase. *Archiv für Elektrotechnik*, 1928, 4, t. 19, p. 485-513.
- [143] A. MANDEL; Die Kompoundierung des Haupterregers - maschine. *Archiv für Elektrotechnik*, 1931, 3, t. 25, p. 153-167.
- [144] L.-A. MARCH et S.-B. CRARY; Armature leakage reactance of synchronous machines. *Electrical Engineering*, avril 1935, t. 54, p. 378-381.
- [145] F. MARGAND; Contribution à la théorie des essais en court-circuit des alternateurs. *Revue générale de l'Electricité*, 16 juin 1928, t. 23, p. 1021-1033.
- [146] F. MARGAND; Théorie des essais statiques des alternateurs et moteurs synchrones triphasés. *Revue générale de l'Electricité*, 14 septembre 1929, t. 26, p. 401-406.
- [147] F. MARGAND; Relations entre les coefficients fondamentaux des machines synchrones dans l'état variable et les diverses impédances apparaissant dans l'étude des régimes déséquilibrés. *Revue générale de l'Electricité*, 20 février 1932, t. 31, p. 241-248.
- [148] A. MAUDUIT; Diagrammes comparatifs des courants et des flux des amortisseurs à cage et à grille disposés sur des rotors à pôles saillants en rotation continue dans un champ. *Revue générale de l'Electricité*, 27 juillet 1929, t. 26, p. 131-140.
- [149] A. MAUDUIT; Considérations complémentaires sur l'auto-amorçage synchrone et asynchrone. *Revue générale de l'Electricité*, 21 septembre 1929, t. 26, p. 439-444.
- [150] A. MAUDUIT; Sur la définition, la signification physique et l'emploi en électrotechnique des diverses inductances relatives à deux enroulements. *Bulletin de la Société française des Electriciens*, août 1931, t. 1 (5^e série), p. 784-809. Discussions 1932, t. 2 (5^e série), p. 288-297 et 1014-1016.
- [151] A. MAUDUIT; Sur les essais en court-circuit des alternateurs triphasés. *Revue générale de l'Electricité*, juillet 1950, t. 59, p. 318-319.
- [152] G. MENGELE; Ein Beitrag zur Berechnung der Zeitkonstante der Erregentwicklung von Synchronmaschinen. *Elektrotechnik und Maschinenbau*, 13 janvier 1935, t. 53, p. 13-15.
- [153] S.-L. MIKHAIL; Potier reactance for salient-pole synchronous machines. *Transactions of the American Institute of electrical Engineers*, 1950, t. 69, p. 235-238.
- [154] A.-R. MILLER et W.-S. WEIL Junior; Operational solution of A. C. machines. *Electrical Engineering*, novembre 1936, t. 55, p. 1191-1200.
- [155] G. NASSE; L'espace vectoriel domaine de représentation de l'électrotechnique. *Bulletin de la Société française des Electriciens*, septembre 1949, t. 9 (6^e série), p. 459-474.
- [156] F.-D. NEWBURY; I - Armature reaction of polyphase alternators. II - Armature reaction on single-phase alternators. III - Variation of alternator excitation with load. *The electric Journal*, avril, mai et juillet 1918, t. 15, p. 106-109, 156-162, 253-257.
- [157] H. OGAWA; I - An electrical oscillation in rotating electric-machine windings. II - General equation of electric oscillation in rotating machine windings. *Electrotechnical Journal* (Tokyo-Japon), novembre 1937, t. 1, p. 175-179 et juillet 1938, t. 2, p. 164-167.
- [158] R.-H. PARK; Définition of an ideal synchronous machine and formula for the armature flux linkages. *General electric Review*, juin 1928, vol. 31, p. 332-334.
- [159] R.-H. PARK; Two-reaction theory of synchronous machines; Generalized method of analysis I. *Transactions of the American Institute of electrical Engineers*, 1929, vol. 48, p. 716-730.
- [160] R.-H. PARK; Two-reaction theory of synchronous machines II. *Transactions of the American Institute of electrical Engineers*, 1933, vol. 52, p. 352-355.
- [161] R.-H. PARK et B.-L. ROBERTSON; The reactances of synchronous machines. *Transactions of the American Institute of electrical Engineers*, 1928, t. 47, p. 514-536.
- [162] R.-H. PARK et W.-F. SKEATS; Circuit-breaker recovery voltages, magnitudes and rates of rise. *Transactions of the American Institute of electrical Engineers*, 1931, vol. 50, p. 204-239.
- [163] M. PARODI; Applications physiques de la transformation de Laplace. Edition du Centre national de la Recherche scientifique, Paris, 1948.
- [164] G. PETRESCO; Considérations sur l'auto-excitation des alternateurs branchés aux lignes à haute tension. *Comptes rendus des travaux de la 4^e session de la Conférence internationale des grands Réseaux électriques*, 1927, rapport n° 75, p. 178-199.
- [165] E. PILLET; Sur l'étude des régimes transitoires dans le fonctionnement des machines électriques tournantes à courants alternatifs polyphasés. *Comptes rendus des Séances de l'Académie des Sciences*, 11 février 1946, t. 222, p. 384-386.
- [166] E. PILLET; Sur l'autoamorçage des machines d'induction débitant sur des capacités. *Comptes rendus des Séances de l'Académie des Sciences*, 25 février 1946, t. 222, p. 490-491.
- [167] E. PILLET; Sur la courbe de tension en charge d'un alternateur monophasé non amorti. *Comptes rendus des Séances de l'Académie des Sciences*, 23 juillet 1951, t. 233, p. 300-301.
- [168] E. PILLET; Sur la matrice caractéristique des alternateurs polyphasés à vitesse constante. *Comptes rendus des Séances de l'Académie des Sciences*, 27 août 1951, t. 233, p. 557-559.
- [169] E. PILLET; Sur les équations générales d'un alternateur polyphasé à vitesse constante. *Comptes rendus des Séances de l'Académie des Sciences*, 3 septembre 1951, t. 233, p. 577-578.
- [170] L.-A. PIPES; Matrices in engineering. *Electrical Engineering*, septembre 1937, vol. 56, p. 1177-1190.
- [171] J. DE PISTOYE; Etat actuel des méthodes de mesure de la réactance transversale des alternateurs à pôles saillants. *Bulletin de la Société française des Electriciens*, mars 1928, t. 8 (4^e série), p. 298-307.
- [172] H. POINCARÉ; Sur quelques théorèmes généraux relatifs à l'électrotechnique. *L'Eclairage électrique*, 2 mars 1907, t. 50, p. 293-301.
- [173] J.-B. POMEY; Le calcul symbolique d'Heaviside. *Revue générale de l'Electricité*, 19 et 26 mai 1923, t. 13, p. 813-815 et 860-863.
- [174] A. POTIER; Observation sur une note de M. Blondel relative à la réaction d'induit des alternateurs. *Comptes rendus des Séances de l'Académie des Sciences*, 23 octobre 1899, t. 129, p. 637-640.
- [175] A. POTIER; Sur la réaction d'induit des alternateurs. *L'Eclairage électrique*, 1900, 3, t. 24, p. 133-141.
- [176] C.-A. POWEL; Excitation à réaction rapide pour machines synchrones. *Comptes rendus des travaux de la 4^e session de la Conférence internationale des grands Réseaux électriques*, 1927, rapport n° 10, p. 364-381.
- [177] F. PUNGA; Der plötzliche Kurzschluss von Drehstromdynamos. *Elektrotechnische Zeitschrift*, 6 septembre 1906, t. 27, p. 827-831.
- [178] F. PUNGA; Zur Geschichte des Stosskurzschluss-Strömes. *Elektrotechnik und Maschinenbau*, 22 mai et 9 octobre 1938, t. 56, p. 273-274, 533-535.
- [179] A.-W. RANKIN; The equations of the idealized synchronous machine. *General electric Review*, juin 1944, t. 47, p. 31-36.
- [180] A.-W. RANKIN; Per unit impedances of synchronous machines. *Transactions of the American Institute of electrical Engineers*, août et décembre 1945, vol. 64, p. 569-573 et 839-844.
- [181] A.-W. RANKIN; The direct and quadrature axis equivalent circuits of the synchronous machine. *Transactions of the American Institute of electrical Engineers*, décembre 1945, t. 64, p. 861-868.
- [182] F.-H. RAYMOND; Sur la théorie mathématique des machines polyphasées tournantes, I, II et III. *Comptes rendus des Séances de l'Académie des Sciences* des 3, 17 et 24 mars 1947, t. 224, p. 640-642, 812-814 et 910-912.
- [183] F.-H. RAYMOND; Remarques sur la théorie des réseaux et transducteurs polyphasés. *Bulletin de la Société française des Electriciens*, mai 1950, t. 10 (6^e série), p. 275-280.
- [184] J. RICALENS; Rôle des amortisseurs dans les machines synchrones connectées aux réseaux à haute tension. *Comptes rendus des travaux de la 9^e session de la Conférence internationale des grands Réseaux électriques*, 1939, rapport n° 111.

- [185] J. RICALENS; Du choix de quelques caractéristiques des alternateurs. *Bulletin de la Société française des Electriciens*, juillet 1947, t. 7 (6^e série), p. 390-396. Discussion, avril 1948, t. 8, p. 206-207.
- [186] B.-L. ROBERTSON; Synchronous machine reactance measurements. *General electric Review*, février 1932, vol. 35, p. 126-130.
- [187] B.-L. ROBERTSON; Test on armature resistance of synchronous machines. *Electrical Engineering*, 1935, t. 54, p. 705-709.
- [188] B.-L. ROBERTSON et T.-A. ROGERS; Performance of the singlephase synchronous machines. *Transactions of the american Institute of electrical Engineers*, 1948, t. 67, p. 194-196.
- [189] B.-L. ROBERTSON, T.-A. ROGERS, C.-F. DALZIEL; The saturated synchronous machine. *Electrical Engineering*, juillet 1937, vol. 56, p. 858-863.
- [190] Y. ROCARD; Les applications élémentaires du calcul opérationnel de Heaviside. *Revue générale de l'Electricité*, avril 1941, t. 49, p. 253-262.
- [191] L. ROEBEL; Le court-circuit brusque des grosses génératrices. *Congrès international d'Electricité de Paris*, 1932, t. 4 (3^e section), t. 1, p. 305-318.
- [192] F. VON ROESCHLAUB; Effect of sequential switching on short-circuit currents in synchronous machines. *General electric Review*, juin 1940, t. 43, p. 256-261.
- [193] Ed. ROTH; Critique de quelques méthodes de mesure de la réactance due aux fuites de l'induit des machines électriques rotatives à courants alternatifs. *Revue générale de l'Electricité*, 7 février 1925, t. 27, p. 217-224.
- [194] Ed. ROTH; Quelques considérations sur le dimensionnement et le fonctionnement des turbo-alternateurs débitant sur des lignes à grande capacité. *Comptes rendus des travaux de la 2^e session de la Conférence internationale des grands Réseaux électriques*, 1925, t. 1, p. 105-116.
- [195] R. RÜDENBERG; Kurzschlussströme beim Betrieb grosser Kraftwerke. *Elektrotechnik und Maschinenbau*, 1^{er} et 8 février 1925, t. 43, p. 77-90 et 98-106.
- [196] R. RÜDENBERG; Saturated synchronous machines under transient conditions in the pole axis. *Transactions of the american Institute of electrical Engineers*, 1942, t. 61, p. 297-306.
- [197] E. SARRAU; Application des équations de Lagrange aux phénomènes électrodynamiques et électromagnétiques. *L'Eclairage électrique*, 12 octobre 1901, t. 29, p. 71-74.
- [198] P. SATCHE; Autoexcitation, par condensateurs, des machines asynchrones. *Bulletin de la Société française des Electriciens*, août 1951, t. 1 (7^e série), p. 503-506.
- [199] P. SATCHE et L. GATESOUPÉ; Régulation rapide de la tension des alternateurs. *Electricité et Mécanique*, 1951, n^o 1, p. 50-55.
- [200] R. A. SCHAEFFER; Study of transverse armature reaction in synchronous machines. *Journal of the american Institute of electrical Engineers*, août 1927, vol. 46, p. 811-814.
- [201] SCHMUTZ; Note sur la mesure des divers coefficients d'induction intervenant dans les alternateurs. *Bulletin de la Société française des Electriciens*, supplément d'octobre 1925, t. 5 (4^e série), p. 8-27. Discussion avril 1926, t. 6, p. 350-355.
- [202] R.-F. SCHUCHARDT et E.-O. SCHWEITZER; The use of power limiting reactances with large turbo-alternators. *Transactions of the american Institute of electrical Engineers*, 1911, t. 30, p. 1143-1194.
- [203] L.-P. SHILDNECK; Synchronous machine reactances. A fundamental and physical view point. *General electric Review*, novembre 1932, vol. 35, p. 560-565.
- [204] L.-P. SHILDNECK; Sine wave generators. *Transactions of the american Institute of electrical Engineers*, 1932, t. 51, p. 484-488.
- [205] O.-E. SHIRLEY; Analysis of short-circuit oscillograms. *General electric Review*, février, 1917, t. 20, p. 121-126.
- [206] D.-T. SHOULTS, S.-B. CRARY, A.-H. LAUDER; Pull-in characteristics of synchronous motors. *Electrical Engineering*, 1935, vol. 54, p. 1385-1395.
- [207] J.-B. SMITH et C.-N. WEYGANDT; Double-line-to-neutral short-circuit of an alternator. *Electrical Engineering*, septembre 1937, t. 56, p. 1149-1155.
- [208] C.-P. STEINMETZ; *Theory and calculation of transien electric phenomena and oscillations*, édité par la librairie Mc Graw-Hill, à New York, 1909. Voir particulièrement section I, chapitre XIV, paragraphes 112-120, p. 199-213, traduit par P. BUNET et édité par la librairie Dunod, à Paris (1912).
- [209] L.-G. STOKVIS; Sur la création des harmoniques trois dans les alternateurs, par suite du déséquilibre des phases. *Comptes rendus des Séances de l'Académie des Sciences*, 6 juillet 1914, t. 159, p. 46-49.
- [210] L.-G. STOKVIS; Sur les diagrammes circulaires des systèmes triphasés déséquilibrés et la définition de leur degré de déséquilibre. *Comptes rendus des Séances de l'Académie des Sciences*, 29 mai 1922, t. 174, p. 1418-1420.
- [211] L.-G. STOKVIS; Essai d'une théorie générale des machines synchrones à courant alternatif, basée sur les champs tournants sinusoidaux. *Revue générale de l'Electricité*, 9 et 16 juin 1923, t. 13, p. 953-967 et 995-1000.
- [212] J. SUMEC; Réaction d'induit dans les générateurs monophasés. *L'Eclairage électrique*, 12 janvier 1907, t. 50, p. 62-64. D'après *Elektrotechnik und Maschinenbau*, 9 décembre 1906.
- [213] M. TAKAHASHI; Autoexcitation des alternateurs connectés aux lignes de transmission à haute tension. *Comptes rendus des travaux de la 2^e session de la Conférence internationale des grands Réseaux électriques*, 1925, t. 1, p. 129-174.
- [214] I.-A. TERRY et B.-L. ROBERTSON; Single-phase synchronous machines. *Transactions of the american Institute of electrical Engineers*, 1948, t. 67, p. 186-193.
- [215] W.-A. THOMAS; Negative sequence reactance of synchronous machines. *Electrical Engineering*, décembre 1936, vol. 55, p. 1378-1385. Discussion, juillet 1937, vol. 56, p. 903-904.
- [216] W.-A. TOLVINSKI et D.-B. EFRENOV; La méthode de mesure la plus simple de la réactance de fuite des alternateurs à courant triphasé. *Comptes rendus des travaux de la 3^e session de la Conférence internationale des grands Réseaux électriques*, 1927, t. 1, rapport n^o 34, p. 162-177.
- [217] M. TOURNIER et M. CECCALDI; L'application du calcul tensoriel à l'étude des réseaux électriques. *Revue générale de l'Electricité*, décembre 1942, t. 51, p. 511-520.
- [218] M. TOURNIER et M. CECCALDI; Application du calcul tensoriel à l'électrotechnique. *Revue générale de l'Electricité*, octobre 1943, t. 52, p. 309-318.
- [219] C.-F. TRACY et W.-F. TICE; Measurement of the sub-transient impedances of synchronous machines. *Transactions of the american Institute of electrical Engineers*, 1945, t. 64, p. 70-76.
- [220] C.-F. WAGNER; Damper winding for water-wheel generators. *Transactions of the american Institute of electrical Engineers*, 1931, t. 50, p. 140-152.
- [221] C.-F. WAGNER; Unsymmetrical short-circuits on water-wheel generators under capacitive loading. *Electrical Engineering*, novembre 1937, t. 56, p. 1385-1395.
- [222] P. WALDVOGEL; Etude théorique de la stabilité de la tension d'un alternateur débitant sur une longue ligne à vide. *Revue Brown Boveri*, août 1945, t. 32, p. 251-262.
- [223] Miles WALKER; Short-circuiting of large electric generators and the resulting forces on armature windings. *Journal of the Institution of electrical Engineers*, 1910, vol. 45, t. 2, p. 295-318.
- [224] W. WANGER et J.-K. BROWN; Calcul des oscillations de la tension de rétablissement après court-circuit. *Revue Brown Boveri*, novembre 1937, t. 24, p. 283-302.
- [225] M.-L. WARING et S.-B. CRARY; The operational impedances of a synchronous machine. *General electric Review*, novembre 1932, t. 35, p. 578-582.
- [226] F. WETHMANN; Considérations sur les enroulements amortisseurs des alternateurs synchrones. *Bulletin de l'Association suisse des Electriciens*, 4 septembre 1936, t. 27, p. 514-519.
- [227] C. WESTPHAL; Sur la détermination de la chute de tension dans les alternateurs. *L'Eclairage électrique*, 2 août 1902, t. 32, p. 161-172.
- [228] S.-H. WRIGHT; Determination of synchronous machine constants by test. *Transactions of the american Institute of electrical Engineers*, 1931, t. 50, p. 1331-1351.

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

Sur la polarisation de la lumière de certaines étoiles lointaines

VU ET APPROUVÉ :

Paris, le 23 février 1953.

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

A. CHATELET.

VU ET PERMIS D'IMPRIMER :

Le Recteur de l'Académie de Paris,

Jean SARRAILH.

TABLE DES MATIÈRES

PREMIÈRE THÈSE : Contribution à l'étude des machines tournantes à courant continu.

	Pages.		Pages.
PREMIÈRE PARTIE : Évolution de la théorie des machines tournantes, à courant alternatif.		VIII. Matrices simplifiées.....	21
I. Régime permanent équilibré	5	A. Première forme	21
Rappel d'une question classique	5	B. Deuxième forme	21
II. Régime permanent déséquilibré ou mono-		C. Troisième forme.....	21
phasé	6	D. Cas d'un rotor en cage d'écureuil.....	21
III. Régimes transitoires	6	IX. Passage des variables o-d-i aux variables	
A. Réactances transitoires et subtransitoires.	8	l-t-o	21
B. Constantes de temps	9	X. Amortissements linéaires et optimum.....	22
IV. Autoamorçage sur capacité.....	10	XI. Impédances opérationnelles	23
A. Autoamorçage synchrone	10	XII. Constantes de temps en régime équilibré..	23
B. Autoamorçage asynchrone	11	XIII. Constantes de temps de l'alternateur mono-	
V. Régimes transitoires déséquilibrés	11	phasé non amorti.....	24
VI. Forme exacte du flux le long de l'entrefer...	12	XIV. Fonctionnement en régime permanent. Régi-	
VII. Saturation et problèmes divers	13	me équilibré	25
A. Présence de pôles massifs.....	13	A. Court-circuit	25
B. Constantes réparties	13	B. Régime asynchrone	25
C. Caractéristiques du circuit d'excitation	13	XV. Fonctionnement en régime permanent. Régi-	
D. Emploi des machines à calculer	14	me déséquilibré.....	26
VIII. Les constantes caractéristiques; leur déter-		A. Forme (8-3)	26
mination expérimentale.....	14	B. Forme (8-4)	27
A. Théorie de Behn-Eschenburg	14	C. Impédance inverse	27
B. Théorie de Potier	14	XVI. Alternateur monophasé non amorti	27
C. Théorie de Blondel.....	14		
D. Réactance de fuites de l'induit.....	15	Étude expérimentale.	
E. Réactances inverse et homopolaire	16	XVII. Généralités.....	29
F. Réactances transitoires et subtransitoires.	16	XVIII. Interprétations expérimentales des matrices	
G. Constantes de temps.....	16	simplifiées.....	30
H. Résistances	16	XIX. Étude détaillée des mesures	30
SECONDE PARTIE : Nouvelle méthode de calcul.		A. Essais à vide	30
I. Introduction.....	17	B. Caractéristique de court-circuit	31
A. Hypothèse	17	XX. Interprétation des droites de court-circuit..	32
B. Notations	17	A. Cas de deux courts-circuits triphasés	
II. Inductances propres ou mutuelles.....	17	équilibrés	32
Fonctionnement à vitesse constante.....	18	B. Court-circuit monophasé entre deux	
III. Équations générales	18	phases	33
IV. Éliminations des variables rotoriques.....	19	XXI. Utilisation des tensions résiduelles	33
V. Remarque importante au sujet des X et des Y.	19	XXII. Essais statiques	34
Interprétation physique de la transposition		Interprétation des mesures	35
fonctionnelle de X en X_{+2n}		XXIII. Mesure de la réactance transversale.....	36
VI. Rotor lisse.....	20	A. Méthode de glissement	36
A. Conséquences	20	B. Autoamorçage sur capacité	37
B. Cages régulières	20	C. Méthode stroboscopique.....	40
VII. Présence des encoches	20	D. Interprétation des résultats	43
A. Encoches du rotor	20	XXIV. Conclusions	43
B. Encoches du stator	21	Bibliographie.....	45
C. Conséquences.....	21		

DEUXIÈME THÈSE : Propositions données par la Faculté.

